

**ANALISI MATEMATICA II**  
**Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Laurea in Ingegneria Automatica**  
**Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale**

**Esame del 9 gennaio 2008**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^3} \operatorname{Log}(1 + iz^2)$$

precisando la regione in cui vale e specificando la parte singolare e la parte regolare.

**E 2** Usando la trasformata di Laplace, studiare la seguente equazione nell'incognita  $y(t)$ ,  $t \geq 0$

$$\text{sen}(t) * y(t) = t^2.$$

**E 3** Esprimere come somma di una serie numerica il seguente integrale, giustificando i passaggi:

$$\int_1^2 \text{sen}((x-2)^2) dx.$$

**D 1**

- (i) Dare la definizione di serie di Laurent di una funzione  $f$  analitica in una corona circolare e scrivere la formula per i coefficienti di Laurent.
- (ii) Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{1}{e^z - 1} dz,$$

dove  $\gamma$  e' il bordo del dominio  $\{z \in C : -2 \leq Re z \leq 2, -2 \leq Im z \leq 7\}$ .

**D 2** Data la funzione  $f(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , periodica di periodo  $2\pi$  definita per  $t \in [0, 2\pi[$  da

$$f(t) = \begin{cases} t^\alpha & t \in ]0, 2\pi[ \\ 0 & t = 0, \end{cases}$$

- (i) dire per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f$  è regolare a tratti e per quali è di quadrato sommabile;
- (ii) per i valori di  $\alpha$  per cui  $f$  è regolare a tratti dire quanto vale la somma della serie di Fourier di  $f$  in ogni punto  $t$ . (Non serve calcolare i coefficienti di Fourier di  $f$ .)