ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale

Esame del 17 dicembre 2005

Nome e Cognome ________________________________ **matricola** ________________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare

$$\int_\gamma \overline{z}^2 \, dz$$

dove

(a) γ é la curva definita da $\gamma = \{z \in C \, : |z| = 1 \, , \, \pi \leq \mathrm{Arg}\, z \, \leq \, 2\pi\}$
(b) γ é il segmento congiungente i punti $(-1, 0)$ e $(1, 0)$.

Esiste una primitiva di $f(z) = \overline{z}^2$?

E 2 Risolvere, usando la trasformata di Laplace, il seguente problema :

$$\begin{cases} y'' + 4y = \cos 3\mathrm{t} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

E 3 Individuare l'insieme di convergenza puntuale e il limite puntuale della successione di funzioni, definite in $(0, +\infty)$

$$f_n(x) = \frac{\mathrm{sen\,x}}{(\log \mathrm{x})^{2\mathrm{n}} + \mathrm{x}^2}.$$

Individuare almeno un intervallo di convergenza uniforme.

D 1
(i) Serie bilatere centrate in $z = z_o$ e sviluppi in serie di Laurent.
(ii) Dire in quale regione del piano converge la seguente serie bilatera

$$-\frac{1}{z-1} + \frac{1}{(z-1)^2} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n}(z-1)^n$$

.

D 2
(i) Provare, usando le condizioni di Cauchy- Riemann, che la funzione $|\mathrm{z}|$ non é olomorfa in alcun aperto connesso del piano
(ii) Cosa si puó dedurre sull'esistenza di una primitiva di $f(z) = |\mathrm{z}|$?