

**ANALISI MATEMATICA II**  
**Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Laurea in Ingegneria Automatica**  
**Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale**

Esame del 18 aprile 2008

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Si scriva lo sviluppo in serie di Laurent intorno al punto  $z_0 = 3i$  della funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 9}$$

nella regione  $0 < |z - 3i| < 6$ .

**E 2** Si provi che esiste un segnale  $f(t)$  che ha come trasformata di Laplace la seguente funzione

$$F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2 + s + 2}$$

e lo si calcoli.

**E 3**

(i) Si scriva la serie di Fourier della funzione, periodica di periodo  $2\pi$ , definita in  $[-\pi, \pi[$  da

$$f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

calcolandone esplicitamente i coefficienti.

(ii) Si ponga  $x = 1$  in tale sviluppo e si calcoli la somma della serie numerica ottenuta.

**D 1**

- (i) Si dia la formula integrale di Cauchy.
- (ii) Usando il punto (i) si calcolino i seguenti integrali

$$\int_{\gamma} \frac{e^{z-5}}{z-1} dz \quad \int_{\gamma} \frac{e^{z-5}}{(z-1)^{20}} dz$$

dove  $\gamma$  e' una curva chiusa contenente il punto 1.

**D 2**

- (i) Si dia la definizione di  $Argz$  per  $z \neq 0$  e si discuta la sua continuita' e la sua olomorfia.
- (ii) Si studi la continuita' e l'olomorfia della funzione (determinazione principale)

$$f(z) = (z^2 - 1)^{\sqrt{2}}.$$