

**ANALISI MATEMATICA II**  
**Laurea in Ingegneria Gestionale**  
**Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Laurea in Ingegneria Automatica**  
**Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Informatica**

Esame del 18 giugno 2009

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1**

- (i) Si dia la definizione di convergenza puntuale e uniforme per una successione di funzioni.
- (ii) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni in campo reale

$$f_n(x) = \frac{1}{(e^{\sqrt{x}} - 1)^n}.$$

**E 2**

- (i) Si dia la definizione di convergenza in media quadratica per una serie di Fourier.
- (ii) Si diano delle condizioni sufficienti sulla funzione  $f$  perche' la sua serie di Fourier converga in media quadratica.
- (iii) Si dica per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  la serie di Fourier associata alla seguente funzione ( periodica di periodo  $2\pi$ ) converge in media quadratica

$$f(t) = \begin{cases} t^\alpha & \text{se } ]0, 2\pi[ \\ 0 & \text{se } t = 0. \end{cases}$$

**E 3**

(i) Si classifichino le singularita' della seguente funzione

$$f(z) = \frac{z^2}{e^z - 1}.$$

(ii) Si calcoli il seguente integrale

$$\int_{\gamma} \frac{z^2}{e^z - 1} dz,$$

dove  $\gamma$  e' il bordo dell'insieme

$$\{z \in C : |Re(z)| \leq 2, -1 \leq Im(z) \leq 9\}.$$

**E 4**

- (i) Si cerchi l'insieme di definizione e l'aperto di olomorfia della seguente funzione

$$f(z) = (z - 2)^{z+5}.$$

- (ii) Si dica se nei punti  $z = 1$  e  $z = 3$  tale funzione e' derivabile ed eventualmente si calcoli la derivata in tali punti.

**E 5**

- (i) Si dia la definizione di trasformata di Laplace di un segnale  $f(t)$ .
- (ii) Si dia la definizione di prodotto di convoluzione di due segnali e si dia la formula per la trasformata di Laplace di tale prodotto.
- (iii) Si calcoli  $(f * H)'(t)$ , dove  $H(t)$  e' la funzione gradino unitario.