

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Esame del 25 febbraio 2010

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare, con i metodi della variabile complessa, il seguente integrale (a valor principale)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^3 + 8i)(x - 2)} dx.$$

E 2 Risolvere il seguente problema di Cauchy, usando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} y'' - y' = 6H(t) \\ y(2\pi) = 0 \\ y'(2\pi) = 0 \end{cases}$$

con $H(t)$ gradino unitario.

E 3 Studiare la convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni nel campo complesso $(f_n(z))_{n \in \mathbb{N}}$ definita da

$$f_n(z) = \frac{z^n}{2^n n^2} \quad z \in \mathbb{C}$$

D 1

- (i) Data $f(t)$ regolare a tratti e periodica di periodo 2π , definire la serie di Fourier di $f(t)$, dire quanto vale la sua somma $S(t)$ e dove converge uniformemente.
- (ii) Data la funzione $f(t)$, periodica di periodo π , definita da

$$f(t) = e^{2t} \quad t \in [0, \pi)$$

calcolare $S(5\pi)$ (cioè il valore della somma della serie di Fourier nel punto $t = 5\pi$) e $f(5\pi)$.

D 2

(i) Definizione di punto singolare per $f(z)$. Classificazione dei punti singolari.

(ii) Data la funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z - 2i)(z + 4i)},$$

svilupparla in serie di Laurent di centro $2i$ in un intorno forato di $2i$ precisando il raggio di tale intorno.

(iii) In quale altra regione del piano la funzione é sviluppabile in serie di Laurent e qual é il suo sviluppo?