

**ANALISI MATEMATICA II**  
**Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Informatica**  
**Laurea in Ingegneria Gestionale**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale**

Esame del 25 giugno 2010

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**1**

- (i) Si dia la definizione di convergenza puntuale ed uniforme per una successione di funzioni reali.
- (ii) Si illustrino i legami tra le due nozioni con esempi e controesempi.
- (iii) Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^2 e^{\frac{x^2+1}{n}} dx.$$

2 Si studi la convergenza puntuale e totale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{+\infty} e^{n(1-|z|^2)}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

**3**

(i) Si studino l'insieme di definizione e l'aperto di olomorfia della seguente funzione

$$f(z) = \frac{1}{2 - \text{Log}z}.$$

(ii) Si disegni una curva chiusa  $\gamma$  nell'aperto di olomorfia tale che

$$\int_{\gamma} \frac{1}{2 - \text{Log}z} dz = 0,$$

motivando tale scelta.

4

- (i) Si dia la definizione di singolarita' isolata per una funzione  $f(z)$ .
- (ii) Si dia la classificazione delle singolarita' isolate.
- (iii) Si classifichino le singolarita' delle seguenti funzioni:

$$f(z) = \frac{\text{sen}(z-1)}{z-2},$$

$$g(z) = \text{sen} \frac{1}{z-1},$$

$$h(z) = \frac{\text{sen}((z-1)^2)}{(z-1)^2}.$$

**5**

- (i) Usando la trasformata di Laplace, si risolva il seguente problema di Cauchy al variare del parametro  $\lambda \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} y''(t) + \lambda^2 y(t) = 0 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

- (ii) Per quale valore del parametro  $\lambda \in \mathbb{R}$  la soluzione  $y(t)$  non e' limitata?