

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni
Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale

Esame del 26 marzo 2007

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare, con i metodi della variabile complessa,, il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{1+x^2} e^{i\omega x} dx \quad \text{per } \omega \in (1, +\infty)$$

(suggerimento: usare $\operatorname{sen} x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$)

E 2 Risolvere il seguente problema di Cauchy, usando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} y' + y = 1 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinare poi α in modo che risulti $y(0) = y(\pi)$

E 3 Studiare la convergenza puntuale e totale della seguente serie di funzioni nel campo complesso

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(|z| - 1)^n}{\sqrt[3]{n} + 1} \quad z \in \mathbb{C}$$

D 1

- (i) Enunciare il teorema di convergenza puntuale per serie di Fourier, precisando tutte le ipotesi .
- (ii) Data la funzione $f(x)$, periodica di periodo π , definita da

$$f(x) = x^2 \quad x \in [0, \pi)$$

dire qual é la somma della serie di Fourier di $f(x)$ nel punto $x = \frac{3}{2}\pi$ e nel punto $x = 2\pi$.

D 2

(i) Dopo aver dato la definizione di residuo in un punto singolare, enunciare e dimostrare il teorema dei residui.

(ii) Data la funzione $f(z) = e^{\frac{\pi}{z}} - z^2$, trovare il punto singolare, classificarlo e calcolare

$$\int_{\gamma} (e^{\frac{\pi}{z}} - z^2) dz$$

dove γ é un' arbitraria curva regolare chiusa, contenente al suo interno il punto singolare, orientata in modo da lasciare i punti interni alla sinistra.