

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale

Esame del 27 giugno 2007

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare

$$\int_{\gamma} (e^{1/z} - \operatorname{sen}\left(\frac{1}{z-1}\right)) dz$$

nei seguenti due casi:

- a) γ é la curva definita da $x(t) = 1 + 2\cos t$, $y(t) = 2\sin t$, $t \in [0, 2\pi]$
b) γ é la curva frontiera del rettangolo $|x-1| \leq 1/2$, $|y| \leq 1$

E 2 Trovare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione $y_n(t)$ del seguente problema:

$$\begin{cases} y'' - n^2 y = n^2 \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

e calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n(t)$ per $t > 0$.

E 3

(i) Studiare la convergenza puntuale della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = x^n \log(n^3 x + 1), \quad x \geq 0, \quad n \geq 1$$

(ii) Individuare un intervallo di convergenza uniforme.

D 1

- (i) Provare che, data una funzione periodica di periodo 2π , generalmente continua, tale che

$$\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx < +\infty,$$

il polinomio trigonometrico $S_n(x)$ avente come coefficienti i coefficienti di Fourier di $f(x)$ rende minima la quantità

$$\int_{-\pi}^{\pi} (f(x) - p(x))^2 dx$$

al variare del polinomio trigonometrico $p(x)$.

- (ii) Dare un esempio di funzione per cui sia $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ e anche $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx < +\infty$

D 2

(i) Definizione di aperto semplicemente connesso di R^2 .

(ii) Dire se l'aperto

$$C = \{z = x + iy : x = \lambda, y = \lambda, \lambda \in [0, 1]\}$$

é semplicemente connesso