

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale

Esame del 27 giugno 2007

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare

$$\int_{\gamma} \left(e^{\frac{2}{z-1}} - 3\operatorname{sen}\left(\frac{1}{z^2}\right) \right) dz$$

nei seguenti due casi:

a) γ é la curva definita da $(x-1)^2 + y^2 = 4$

b) γ é la curva frontiera del quadrato $|x| \leq 1/2, |y| \leq 1/2$

E 2 Trovare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione $y_n(t)$ del seguente problema:

$$\begin{cases} y'' + n^2 y = n^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

e provare che per $t > 0$ non esiste il $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n(t)$.

E 3

(i) Studiare la convergenza puntuale della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = x^{2n} \log(n^2 + x), \quad x \geq 0, \quad n \geq 1$$

(ii) Individuare un intervallo di convergenza uniforme.

D 1

- (i) Provare che, data una funzione periodica di periodo 2π , generalmente continua, tale che

$$\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx < +\infty,$$

la sua serie di Fourier converge ad $f(x)$ in media quadratica.

- (ii) Dare un esempio di funzione per cui sia $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ e anche $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx < +\infty$

D 2

(i) Definizione di aperto semplicemente connesso di R^2 .

(ii) Dire se l'aperto

$$C = \{z = x + iy : x = 0, y = t, t \in [-1, 0]\}$$

é semplicemente connesso