

**ANALISI MATEMATICA II**  
**Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Laurea in Ingegneria Automatica**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale**

**Esame del 27 giugno 2007**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Calcolare

$$\int_{\gamma} \left( e^{\frac{2}{z-1}} - 3\operatorname{sen}\left(\frac{1}{z^2}\right) \right) dz$$

nei seguenti due casi:

a)  $\gamma$  é la curva definita da  $(x-1)^2 + y^2 = 4$

b)  $\gamma$  é la curva frontiera del quadrato  $|x| \leq 1/2, |y| \leq 1/2$

**E 2** Trovare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione  $y_n(t)$  del seguente problema:

$$\begin{cases} y'' + n^2 y = n^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

e provare che per  $t > 0$  non esiste il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n(t)$ .

**E 3**

(i) Studiare la convergenza puntuale della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = x^{2n} \log(n^2 + x), \quad x \geq 0, \quad n \geq 1$$

(ii) Individuare un intervallo di convergenza uniforme.

**D 1**

(i) Provare che, data una funzione periodica di periodo  $2\pi$ , generalmente continua, tale che

$$\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx < +\infty,$$

la sua serie di Fourier converge ad  $f(x)$  in media quadratica.

(ii) Dare un esempio di funzione per cui sia  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$  e anche  $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx < +\infty$

**D 2**

(i) Definizione di aperto semplicemente connesso di  $R^2$  .

(ii) Dire se l'aperto

$$C = \{z = x + iy : x = 0, y = t, t \in [-1, 0]\}$$

é semplicemente connesso