

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Esame del 29 gennaio 2010

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data $f(z)$ definita da

$$f(z) = \sum_{n=-2}^{+\infty} \frac{(z-1)^n}{3^{|n+1|}},$$

- i) individuare l'insieme di analiticità
- ii) individuare i punti singolari e classificarli
- iii) calcolare il residuo nei punti singolari.

E 2 Trovare, usando la trasformata di Laplace, una segnale $f(t)$ che risolva

$$e^t * f(t) = t^3$$

E 3 Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\operatorname{sen} z}{(z-i)^2} dz$$

dove γ é il bordo dell' insieme T definito come

$$T = \{z = x + iy \in C : x^2 - 2x \leq y \leq 2.\}$$

Disegnare la regione T .

D 1

- (i) Definizione precisa di ascissa di convergenza, di semipiano di convergenza e di trasformata di Laplace.
- (ii) Calcolare l'ascissa di convergenza del segnale definito da

$$f(t) = \begin{cases} |t - \frac{\pi}{2}| & 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

D 2

- (i) Provare che, se $f(z)$ ammette primitiva $F(z)$ in un aperto connesso A , l'integrale $\int_{\gamma} f(z)dz$ (γ curva regolare contenuta in A) dipende solo dagli estremi di γ .
- (ii) Provare che la funzione e^{z^3} é tale che

$$\int_{\gamma_1} e^{z^3} dz = \int_{\gamma_2} e^{z^3} dz$$

dove

$$\gamma_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1, \quad -\pi \leq \arg z \leq 0\}$$

$$\gamma_2 = \{z \in \mathbb{C} : z = t, \quad -1 \leq t \leq 1\}.$$

(Non provare a calcolare l'integrale. Si suggerisce di disegnare le curve.)

- (iii) Provare che, se γ é una curva regolare contenuta in un aperto connesso A del piano complesso e l'integrale $\int_{\gamma} f(z)dz$ dipende solo dagli estremi di γ , allora $f(z)$ ammette primitiva in A .