

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Esame del 29 gennaio 2010

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data $f(z)$ definita da

$$f(z) = \sum_{n=-3}^{+\infty} \frac{(z-3)^n}{2^{|n+4|}},$$

- i) individuare l'insieme di analiticità
- ii) individuare i punti singolari e classificarli
- iii) calcolare il residuo nei punti singolari.

E 2 Trovare, usando la trasformata di Laplace, una segnale $f(t)$ che risolva

$$\text{sent} * f(t) = t^4$$

E 3 Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\cos z}{(z + 3i)^2} dz$$

dove γ é il bordo dell' insieme T definito come

$$T = \{z = x + iy \in C : -x^2 + 4x - 2 \geq y \geq -4.\}$$

Disegnare la regione T .

D 1

- (i) Definizione precisa di ascissa di convergenza, di semipiano di convergenza e di trasformata di Laplace.
- (ii) Calcolare l'ascissa di convergenza del segnale definito da

$$f(t) = \begin{cases} (t-1)^2 & 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

D 2

- (i) Provare che, se $f(z)$ ammette primitiva $F(z)$ in un aperto connesso A , l'integrale $\int_{\gamma} f(z)dz$ (γ curva regolare chiusa contenuta in A) é nullo .
- (ii) Provare che la funzione $\text{sen}(z^3)$ é tale che

$$\int_{\gamma_1} \text{sen}(z^3)dz = \int_{\gamma_2} \text{sen}(z^3)dz$$

dove

$$\gamma_1 = \{z \in C : |z| = 1, \quad 0 \leq \text{arg}z \leq \pi\}$$

$$\gamma_2 = \{z \in C : z = -t, \quad -1 \leq t \leq 1\}.$$

(Non provare a calcolare l'integrale. Si suggerisce di disegnare le curve.)

- (iii) Provare che, se γ é una curva regolare contenuta in un aperto connesso A del piano complesso e l'integrale $\int_{\gamma} f(z)dz$ dipende solo dagli estremi di γ , allora $f(z)$ ammette primitiva in A .