

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea in Ingegneria Meccanica
ANALISI MATEMATICA III
Laurea in Ingegneria dell'Ambiente e Territorio
Esame del 3 febbraio 2010

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E1 (i) Individuare gli insiemi di convergenza assoluta e totale della serie complessa

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{inz}}{e^n} \quad z \in C.$$

(ii) Calcolarne la somma .

E2 Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\operatorname{sen}(z - \pi)}{(z - \pi)^2} dz$$

dove γ é il bordo dell'insieme A definito da $A = \{z = x + iy : x^2 - 4x \leq y \leq 2\}$. Disegnare tale insieme.

E3 Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) + e^{2t} * y(t) = 0 \\ y(0) = 4. \end{cases}$$

D1

(i) Dare la definizione di aperto semplicemente connesso e provare che una funzione olomorfa in un aperto semplicemente connesso di \mathbb{C} ammette primitiva in \mathbb{C} .

(ii) Dire se la funzione $f(z) = \frac{1}{z-i}$ ammette primitiva nel semipiano $Im(z) < 1$ ed eventualmente trovarne una.

(iii) Trovare un sottoinsieme del piano complesso in cui la funzione non ammette primitiva. Spiegare perché.

D2

(i) Definizione di funzione regolare a tratti in \mathbb{R} e di funzione sommabile in un intervallo $[a, b]$.

(ii) Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la seguente funzione $f(t)$, periodica di periodo $\frac{\pi}{2}$, é regolare a tratti in \mathbb{R} e per quali é sommabile in $[0, \frac{\pi}{2}]$

$$f(t) = \begin{cases} \sqrt[2]{t^\alpha} & 0 < t < \frac{\pi}{2} \\ 0 & t = 0. \end{cases}$$