

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA
Laurea in Ingegneria Meccanica
ANALISI MATEMATICA III
Laurea in Ingegneria dell'Ambiente e Territorio
Esame del 3 febbraio 2010

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E1 (i) Individuare gli insiemi di convergenza assoluta e totale della serie complessa

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-inz}}{2^n} \quad z \in \mathbb{C}.$$

(ii) Calcolarne la somma .

E2 Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{e^{z+3i} - 1}{(z+3i)^2} dz$$

dove γ é il bordo dell'insieme A definito da $A = \{z = x + iy : -x^2 + 4x - 2 \geq y \geq -4\}$. Disegnare tale insieme.

E3 Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione del seguente problema

$$\begin{cases} y'(t) = \int_0^t y(t-\tau)\cos(\tau)d\tau \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

D1

(i) Dare la definizione di aperto semplicemente connesso e provare che una funzione olomorfa in un aperto semplicemente connesso di \mathbb{C} ammette primitiva in \mathbb{C} .

(ii) Dire se la funzione $f(z) = \frac{1}{z-2i}$ ammette primitiva nel cerchio $|z+1| < 1$ ed eventualmente trovarla.

(iii) Trovare un sottoinsieme del piano complesso in cui la funzione non ammette primitiva. Spiegare perché.

D2

(i) Definizione di funzione regolare a tratti in \mathbb{R} e di funzione sommabile in un intervallo $[a, b]$.

(ii) Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la seguente funzione $f(t)$, periodica di periodo 4, é regolare a tratti in \mathbb{R} e per quali é sommabile in $[0, 4]$

$$f(t) = \begin{cases} \sqrt[3]{t^\alpha} & 0 < t < 4 \\ 0 & t = 0. \end{cases}$$