

METODI MATEMATICI PER L' INGEGNERIA
Laurea in Ingegneria Meccanica
Esame del 7 settembre 2009

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare il seguente integrale curvilineo di funzione di variabile complessa

$$\int_{\gamma} \frac{1}{1 - 2\cos z} dz$$

dove γ é la curva bordo dell'insieme T definito da $T = \{z = x + iy \in C : |y| \leq 1, |x| \leq 2\pi\}$.

E 2 Usando la trasformata di Laplace, trovare il valore del parametro reale α in modo che la soluzione $y(t)$ del seguente problema

$$\begin{cases} y'(t) - y(t) = \sin t & t \geq 0 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

verifichi $y(\frac{\pi}{2}) = 1$.

E 3 Sia f la funzione periodica di periodo 2π ottenuta prolungando per periodicitá su R la funzione

$$f(x) = \max\{2, 2 - x\} \quad x \in (-\pi, \pi].$$

Determinare la serie di Fourier di f .

D 1

(i) Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di centro $z_0 = 0$ della seguente funzione

$$f(z) = z^3 \cos\left(\frac{1}{z^4}\right) + \frac{1}{1 - z}$$

precisando l'insieme in cui vale.

(ii) Individuare la parte regolare e la parte singolare dello sviluppo, dire di che tipo di singolaritá si tratta e quanto vale il residuo di $f(z)$ in z_0 .

D 2 Convergenza totale per serie di funzioni. Fornire un esempio di serie convergente totalmente.