

METODI MATEMATICI PER L' INGEGNERIA
Laurea in Ingegneria Meccanica

Esame dell' 8 gennaio 2009

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare il seguente integrale curvilineo di funzione di variabile complessa

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{(z^2 + 9)(z^2 + 1)} dz$$

dove γ é la curva bordo dell'insieme T definito da $T = \{z = x + iy \in C : |x| \leq 2, x - 2 \leq y \leq x + 2\}$

E 2 Usando la trasformata di Laplace, trovare $y(t)$ che risolva per $t \geq 0$ il seguente problema

$$\begin{cases} y''(t) = y(t) \star t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Si ricordi che il simbolo \star denota il prodotto di convoluzione.

E 3 Date le funzioni

$$g(x) = \pi x - |x|x,$$

$$f(x) = |x|x,$$

per $x \in [-\pi, \pi)$ e prolungate per periodicità su \mathbb{R} (periodo 2π), determinare le serie di Fourier. Studiare il comportamento delle somme delle due serie nel punto π , motivando la risposta.

D 1

- (i) Serie bilatere di centro z_0 .

Descrivere il legame che esiste fra i coefficienti dello sviluppo in serie di Laurent di una funzione $f(z)$ attorno a z_0 punto singolare e il tipo di singolarit .

- (ii) Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{\cos z}{z^2} + \frac{z-1}{z+5}$$

in un intorno forato di $z_0 = 0$ precisando il raggio di tale intorno e scrivendo esplicitamente la parte singolare e almeno i primi quattro termini della parte regolare. Di che tipo di singolarit  si tratta e quanto vale il residuo di $f(z)$ in z_0 ?

Nome e Cognome _____ matricola _____ 1.5

D 2 Convergenza puntuale e uniforme; teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale per successioni di funzioni.