

**METODI MATEMATICI PER L' INGEGNERIA**  
**Laurea in Ingegneria Meccanica**

**Esame dell' 8 gennaio 2009**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Calcolare il seguente integrale curvilineo di funzione di variabile complessa

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{(z^2 - 25)(z^2 - 1)} dz$$

dove  $\gamma$  é la curva bordo dell'insieme  $T$  definito da  $T = \{z = x + iy \in C : |y| \leq 1, y - 2 \leq x \leq y + 2\}$ .

**E 2** Usando la trasformata di Laplace, trovare  $y(t)$  che risolva per  $t \geq 0$  il seguente problema

$$\begin{cases} y''(t) = y(t) \star t \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Si ricordi che il simbolo  $\star$  denota il prodotto di convoluzione.

**E 3** Date le funzioni

$$g(x) = \pi x - |x|x,$$

$$f(x) = |x|x,$$

per  $x \in [-\pi, \pi)$  e prolungate per periodicità su  $\mathbb{R}$  ( periodo  $2\pi$  ), determinare le serie di Fourier. Studiare il comportamento delle somme delle due serie nel punto  $\pi$ , motivando la risposta.

**D 1**

(i) Serie bilatere di centro  $z_0$ .

Scrivere la forma dei coefficienti dello sviluppo in serie di Laurent di  $f(z)$  attorno a  $z_0$ , punto singolare. Dedurre che, se  $z_0$  é una singolarit  eliminabile, lo sviluppo si riduce a quello di Taylor.

(ii) Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^3} + \frac{z + 1}{z - 3}$$

in un intorno forato di  $z_0 = 0$ , precisando il raggio di tale intorno e scrivendo esplicitamente la parte singolare e almeno i primi quattro termini della parte regolare. Di che tipo di singolarit  si tratta e quanto vale il residuo di  $f(z)$  in  $z_0$ ?

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_ 2.5

**D 2** Convergenza puntuale e uniforme; teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale per successioni di funzioni.