

**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA**  
**Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**ANALISI MATEMATICA III**  
**Laurea in Ingegneria dell'Ambiente e Territorio**  
**Esame del 13 gennaio 2010**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E1** Individuare la regione di convergenza puntuale e la funzione limite  $f(x, y)$  per la successione di funzioni  $(f_n(x, y))_{n \in \mathbb{N}}$  definita da

$$f_n(x, y) = (e^{-(x^2+y)})^n$$

Dire se la convergenza é uniforme in tale regione e, in caso contrario, individuare almeno un sottoinsieme di convergenza uniforme.

**E2** Data la funzione  $f(t)$ , periodica di periodo  $\pi$ , definita in  $[0, \pi)$  da

$$f(t) = \begin{cases} \cos t & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$$

calcolare la somma della sua serie di Fourier nei punti  $t = \frac{5}{4}\pi$  e  $t = \pi$ .

Individuare inoltre almeno un intervallo di convergenza uniforme.

**E3** Calcolare, usando i metodi della variabile complessa, il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega x}}{(x-1)(x^2+i)} dx, \quad \omega > 0$$

**D1**

- (i) Scrivere la formula di inversione per la trasformata di Laplace, precisando le ipotesi sotto cui vale
- (ii) Data la funzione

$$F(s) = \frac{1}{(s - i)^2(s + 3)},$$

dire se é trasformata di un segnale ed eventualmente ricostruirlo.

**D2**

- (i) Teorema di integrazione termine a termine per serie di funzioni ( enunciato e dimostrazione ).  
(ii) Calcolare per serie ( cioè esprimere come somma di una serie numerica) il seguente integrale

$$\int_0^1 \log(1 + \sqrt[3]{x}) dx,$$

motivando il risultato.

- (iii) Calcolare, usando la stima del resto per le serie di Leibnitz, l'integrale precedente con un errore inferiore a  $10^{-1}$ .