Compito 1

E1 Si usa il teorema dei residui e il lemma di Jordan. Va calcolato solo il residuo relativo all'unico punto singolare a parte immaginaria positiva.Dunque l'integrale é pari a

$$2\pi i\, res(\frac{e^{i\omega z}}{z^2-i}, e^{i\pi/4}) = 2\pi i \frac{e^{i\omega e^{i\pi/4}}}{e^{i\pi/4}-e^{5i\pi/4}}$$

E2

$$\text{Ł}[f(t)](s) = \int_0^\pi sen(3t)\, e^{-st}dt + \int_\pi^{+\infty} cost\, e^{-st}dt =$$

$$\frac{1}{2i(3i-s)}(e^{(3i-s)\pi}-1) + \frac{1}{2i(3i+s)}(e^{-(3i+s)\pi}-1) + \frac{1}{2}(\frac{e^{(i-s)\pi}}{s-i} + \frac{e^{(-i-s)\pi}}{s+i})$$

$$\sigma[f] = 0$$

E3

Converge puntualmente a $f(x) = 1/e^{x+y}$ in R^2, converge uniformemente in ogni semipiano $x + y \geq a$ con $a \in R$.

1: i) A é un aperto semplicemente connesso se é un aperto connesso ed é tale che che ogni poligonale semplice chiusa contenuta in A é frontiera di un aperto limitato interamente contenuto in A. ii) $C - \{z = x + iy : x \leq 0, y = 1\}$ e $Log(z - i)$ (determinazione principale)

D2: i)

$$\lim_n \int_0^{2\pi} (f(x) - s_n(x))^2 dx = 0$$

dove $s_n(x)$ é la somma parziale n-ma della serie di Fourier di $f(x)$. Se $f(x)$ é periodica di periodo 2π, generalmente continua e di quadrato sommabile nell'intervallo di ampiezza un periodo, la serie di Fourier di $f(x)$ converge in media quadratica.

ii) $\alpha < 3/2$

Compito 2

E1 Si usa il teorema dei residui e il lemma di Jordan. Va calcolato solo il residuo relativo all'unico punto singolare a parte immaginaria positiva.Dunque l'integrale é pari a

$$2\pi i\, res(\frac{e^{i\omega z}}{z^2+i}, e^{3i\pi/4}) = 2\pi i \frac{e^{i\omega e^{3i\pi/4}}}{e^{3i\pi/4}-e^{-i\pi/4}}$$

E2

$$\text{Ł}[f(t)](s) = \int_0^\pi cos(2t)\, e^{-st}dt + \int_\pi^{+\infty} sent\, e^{-st}dt =$$

$$\frac{1}{2(2i-s)}(e^{(2i-s)\pi}-1) - \frac{1}{2(2i+s)}(e^{-(2i+s)\pi}-1) - \frac{1}{2i}(\frac{e^{(i-s)\pi}}{i-s} + \frac{e^{(-i-s)\pi}}{s+i})$$

$$\sigma[f] = 0$$

E3 Converge puntualmente a $f(x) = e^{x^2+y^2}$ in R^2, converge uniformemente in tutto R^2

D1: i) A é un aperto semplicemente connesso se é un aperto connesso ed é tale che che ogni poligonale semplice chiusa contenuta in A é frontiera di un aperto limitato interamente contenuto in A. ii) $C - \{z = x + iy : x \leq 0, y = -1\}$ e $Log(z+i)$ (determinazione principale)

D2 i) vedi libro
ii) $\alpha < 2$