Compito 1

E1 Si usa il teorema dei residui . Nel caso a) va calcolato solo il residuo relativo a $z = 0$ che é l 'unico punto singolare che cade entro la curva (circonferenza di centro 0 e raggio 1/2). E' un polo doppio, con residuo -1 e dunque l'integrale é pari a

$$-2\pi i$$

Nel caso b), anche il punto $z = -1$, polo semplice, con residuo pari a $1/sen((-1))^2$, cade entro la curva (circonferenza di centro 0 e raggio 2). Dunque l'integrale 'e pari a

$$2\pi i(-1 + 1/(sen(-1))^2)$$

E2

$$y(t) = (b + 1/2)cos(\sqrt{2}t) - 1/2$$

Ricordarsi di trasformare anche -1 che é da considerarsi come termine noto.

$$b = 3/2cos\sqrt{2} - 1/2$$

E3

$$f(z) = ee^{\frac{3}{z-3}} = e\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n}{(z-3)^n}\frac{1}{n!}$$

Il raggio é $+\infty$ e la singolaritá é essenziale. .

1: ii) Integrare termine a termine e usare la somma della serie geometrica. L'integrale é pari a

$$\int_0^{1/2} \frac{1}{1+x^2} arctg\, x\, dx = \frac{(arctg(1/2))^2}{2}$$

.

D2: ii) Per $z = iy$ (cioé sull'asse immaginario) si ha $sen(iy) = \frac{e^{-y}-e^{y}}{2i}$ il cui modulo tende a $+\infty$ per y tendente a $-\infty$.

Compito 2

E1 Si usa il teorema dei residui . Nel caso a) va calcolato solo il residuo relativo a $z = 1$ che é l 'unico punto singolare che cade entro la curva (circonferenza di centro 1 e raggio 1/3). E' un polo semplice, con residuo $-1/((sen(1))^2$ e dunque l'integrale é pari a

$$-2\pi i/((sen(1))^2$$

Nel caso b), anche il punto $z = 0$, polo doppio, con residuo pari a 1, cade entro la curva (circonferenza di centro 1 e raggio 2). Dunque l'integrale é pari a

$$2\pi i(1 - 1/(sen(1))^2)$$

E2

$$y(t) = (b-1)cosh(2t) + 1$$

Ricordarsi di trasformare anche -4 che é da considerarsi come termine noto.

$$b = 1 + 2/cosh(4)$$

E3

$$f(z) = ee^{\frac{3}{z}} = e\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n}{z^n}\frac{1}{n!}$$

Il raggio é $+\infty$ e la singolaritá é essenziale.

D1: ii)Integrare termine a termine e usare la somma della serie geometrica. L'integrale é pari a

$$\int_0^{1/4} \frac{1}{1+x} Log(1+x)\, dx = \frac{(log(3/4))^2}{2}$$

.

D2 ii) Per $z = iy$ (cioé sull'asse immaginario) si ha $cos(iy) = \frac{e^{-y}+e^{y}}{2}$ il cui modulo tende a $+\infty$ per y tendente a $+\infty$.