# 1 Compito 1 del 12 aprile 2007

## E.1

Verifica: la funzione F(s) é olomorfa nel semipiano $Re(s) > 2$ e $F(s) = O(\frac{1}{s^k})$ con $k = 2 > 1$ per$|s| \to +\infty$. Dunque é la trasformata di un segnale continuo f(t) che si puó ricostruire con la formula di inversione.

$$f(t) = \frac{5e^{2t} - e^{-it}[t(7+i)+5]}{(2+i)^2}$$

( calcolare il residuo di $\frac{e^{st}(s+3)}{(s-2)(s+i)^2}$ in s=2, polo semplice e in s=-i, polo doppio)

## E.2

$$y(t) = \frac{1}{2ki}[e^{ikt}(1+ik) - e^{-ikt}(1-ik)]$$

e ricordare che $|e^{i\alpha}| = 1 \quad \forall \alpha \in R$.

## E.3

La successione converge uniformemente ( e dunque puntualmente) alla funzione f(x) identicamente nulla nell'intervallo $1 \leq x \leq 9$. Infatti

$$sup_{1 \leq x \leq 9} |f_n(x)| = \frac{1}{n} \quad \forall n$$

.

## D.1

ii) La funzione é di quadrato sommabile nell'intervallo $(0, \pi]$ perché $2/5 < 1$. Inoltre é periodica e generalmente continua in R. Dunque vale la diseguaglianza di Bessel ( e anzi l'eguaglianza di Parseval ) e la serie converge.

## D.2

i)

$$e^z = e^x(cosy + iseny)$$

É funzione periodica di periodo $2\pi i$, quindi non invertibile in C. Diventa invertibile se ristretta ad una striscia parallela all'asse x e di ampiezza non superiore a $2\pi$, ad esempio $S = \{x + iy : x \in R, \quad y \in (-\pi, \pi]\}$.

ii) Insieme di definizione $C - \{-2i\}$

Insieme di olomorfia $C - \{x + iy : \quad x \leq 0, \quad y = -2\}$.

## 2 Compito 2 del 12 aprile 2007

### E.1

Verifica: la funzione F(s) é olomorfa nel semipiano $Re(s) > 0$ e $F(s) = O(\frac{1}{s^k})$ con $k = 2 > 1$ per$|s| \to +\infty$. Dunque é la trasformata di un segnale continuo f(t) che si puó ricostruire con la formula di inversione.

$$f(t) = \frac{-5e^{-2t} + e^{it}[-t(7+i)+5]}{(2+i)^2}$$

( calcolare il residuo di $\frac{e^{st}(s+3)}{(s-2)(s+i)^2}$ in s=-2, polo semplice e in s=i, polo doppio)

### E.2

$$y(t) = \frac{1}{k}[e^{kt}(1+k) - e^{-kt}(1-k)]$$

$lim_{t\to\infty} y(t) = +\infty \quad \forall k \neq 0.$

### E.3

La successione converge uniformemente ( e dunque puntualmente) alla funzione f(x) identicamente nulla nell'intervallo $1 \leq x \leq 33$. Infatti

$$sup_{1\leq x\leq 33}|f_n(x)| = \frac{1}{n^2} \quad \forall n$$

### D.1

ii) La funzione é di quadrato sommabile nell'intervallo $(0, \pi]$ perché $2/7 < 1$. Inoltre é periodica e generalmente continua in R. Dunque vale la diseguaglianza di Bessel ( e anzi l'eguaglianza di Parseval ) e la serie converge.

### D.2

i)

$$e^z = e^x(cosy + iseny)$$

É funzione periodica di periodo $2\pi i$, quindi non invertibile in C. Diventa invertibile se ristretta ad una striscia parallela all'asse x e di ampiezza non superiore a $2\pi$, ad esempio $S = \{x + iy : x \in R, \quad y \in (-\pi, \pi]\}$.

ii) Insieme di definizione $C - \{i/2\}$

Insieme di olomorfia $C - \{x + iy : \quad x \geq 0, \quad y = 1/2\}$.