ANALISI II (h. 2.30) Appello del **1 Febbraio 2013**	**5 CFU** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \log\left(\frac{n^2+3}{n^2+1}\right) \mathrm{e}^{(\alpha^2-1)n} .$$

---

2. Calcolare

$$\iint_T y(4x^5+6x^3+2x)\, \mathrm{e}^{y^2(x^2+1)+1}\, dx\, dy ,$$

dove T è il triangolo di vertici $O=(0,0)$, $A=(1,0)$ e $B=(1,1)$.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni limitate in $(0,+\infty)$ dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{\log x^2}{x}\, y(x) + \frac{\log x}{x} .$$

---

4. Stabilire se l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x(x^2+1)}{\mathrm{e}^{\sqrt{|2x-1|}} - \cos\left(|2x-1|^{1/4}\right)}\, dx$$

esiste finito.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(0)=0$ ed f è strettamente crescente. Dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x f(-|t|)\mathrm{e}^t\, dt ,$$

è una funzione strettamente decrescente.