

Appello del

3 giugno 2013

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin [\log(1 + e^{-n}) - \sin(e^{-n})] .$$

2. Stabilire se il seguente integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\log(1 + \sin x) - \sin x}{\sin(x^{5/2}) - 3x^5} dx$$

esiste finito.

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 5y(x) = 3e^x, \\ y(0) = 3/4, \\ y'(0) = 7/4. \end{cases}$$

4. Calcolare

$$\iint_E \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{3 + \sqrt{x^2 + y^2}}} \log \sqrt{3 + \sqrt{x^2 + y^2}} dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 36, x, y \geq 0\}$.

5. Dimostrare che l'affermazione

“Sia $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$, $f \geq 0$, $f(x) = o\left(\frac{1}{x}\right)$ per $x \rightarrow +\infty$. Allora esiste finito $\int_0^{+\infty} f(x) dx$.”
è corretta o fornire un controesempio in caso contrario.

