ANALISI I (h. 2.30) Appello del **3 Luglio 2014**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|x^2-3|^n}{2^n(n+1)}.$$

---

2. Calcolare la primitiva della funzione $f(x) = \tan^2(2x)\,\sin(2x)$ che vale $3/2$ in $x_0 = 0$.

---

3. Determinare eventuali soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 2\mathrm{e}^x,$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{\mathrm{e}^{2x}} = 0\,.$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{x\to 1} [\cos(\log x)]^{\frac{1}{(x-1)^2}}\ .$$

---

5. Sia $\{a_n\}$ una successione infinitesima di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge;

$B)$ $b_n \sim \sqrt{a_n} \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ diverge;

$C)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge $\implies b_n \sim a_n^2$;

$D)$ $b_n \sim a_n^2 \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge.

ANALISI I (h. 2.30)	**9 CFU - TEMA B**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
3 Luglio 2014	Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare di $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{|x^2-4|^n (n+1)^2}.$$

---

2. Calcolare la primitiva della funzione $f(x) = \cot^2(2x)\,\cos(2x)$ che vale 2 in $x_0 = \pi/4$.

---

3. Determinare eventuali soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y''(x) + 5y'(x) + 6y(x) = 4\mathrm{e}^{-2x},$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{y(x)}{\mathrm{e}^{-3x}} = 0\,.$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} [\sin(\mathrm{e}^x - 1)]^{\frac{1}{\log x}}\,.$$

---

5. Sia $\{b_n\}$ una successione infinita di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{b_n}$ converge;

$B)$ $a_n \sim \sqrt{b_n} \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ diverge;

$C)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ converge $\implies a_n \sim b_n^2$;

$D)$ $a_n \sim b_n^2 \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ converge.

ANALISI I (h. 2.30)	**9 CFU - TEMA C**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
3 Luglio 2014	Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare di $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{6}\}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{|x^2-6|^n(n^2+1)}.$$

---

2. Calcolare la primitiva della funzione $f(x) = \cot^2(x/2)\, \cos(x/2)$ che vale -5 in $x_0 = \pi$.

---

3. Determinare eventuali soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = 4\mathrm{e}^{-x},$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{y(x)}{\mathrm{e}^{-2x}} = 0\,.$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{x\to0^+} [\sinh^2(\mathrm{e}^x-1)]^{-\frac{1}{2\log x}}\,.$$

---

5. Sia $\{b_n\}$ una successione infinita di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{b_n}$ converge;

$B)$ $a_n \sim b_n^2 \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ converge;

$C)$ $a_n \sim \sqrt{b_n} \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ diverge;

$D)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ converge $\implies a_n \sim b_n^2$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **3 Luglio 2014**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{|2x^2-5|^n}{3^n(n-1)}.$$

---

2. Calcolare la primitiva della funzione $f(x) = \tan^2(x/2)\,\sin(x/2)$ che vale 1 in $x_0 = 0$.

---

3. Determinare eventuali soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y''(x) - 5y'(x) + 6y(x) = 2\mathrm{e}^{2x},$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{\mathrm{e}^{3x}} = 0\,.$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{x\to 1} [\cosh(\log^2 x)]^{\frac{1}{(x-1)^4}}\ .$$

---

5. Sia $\{a_n\}$ una successione infinitesima di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge;

$C)$ $b_n \sim \sqrt{a_n} \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ diverge;

$B)$ $b_n \sim a_n^2 \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge;

$D)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge $\implies b_n \sim a_n^2$.