Appello del

10 Febbraio 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f:(3,5)\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = -\log\left[1 + \frac{\pi}{4}(4-x)\right],\,$$

nel punto $x_0 = 4$.

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n \to +\infty} \left[n^{1/2} - \log(n^{10}) \right]^2 \left(e^{\frac{n}{n^2 + 1}} - 1 - \frac{1}{2n + 1} \right).$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y(x) = e^{-x}, \\ y(0) = 1/4, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

4. Calcolare

$$\iint_{Q} e^{x} dx dy,$$

dove $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 2, x \le y \le 2\}$.

5. Sia $f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$ una funzione di classe $\mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$F(x) = \int_0^{x^2} t f(t) dt.$$

Determinare il segno di F e verificare che F ha un punto di minimo assoluto in x=0 .