ANALISI II (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2014**	**5 CFU - TEMA** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = x^2y + 3x^2y^2 + 2y\,.$$

(R: $(\sqrt{2}, -1/3)$ e $(-\sqrt{2}, -1/3)$ entrambi selle.)

---

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\mathrm{e}^{\frac{n}{n^2+1}} - 1 - \frac{1}{2n+1}\right)}{[n^{3/2} - \log(n^{10})]^2}\,.$$

(R: la serie converge in quanto il termine generale è asintotico a $1/2n^4$.)

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y(x) = \mathrm{e}^{-x}\,, \\ y(0) = 1/4\,, \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

(R: $y(x) = (1/4)[x\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}]$.)

---

4. Calcolare

$$\iint_Q \mathrm{e}^x \, dx\, dy\,,$$

dove $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 \le x \le 2\,,\ x \le y \le 2\}$.
(R: l'integrale vale $\mathrm{e}^2 - 3$.)

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ una funzione di classe $\mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$F(x) = \int_0^{x^2} t f(t)\, dt\,.$$

Determinare il segno di F e verificare che F ha un punto di minimo assoluto in $x = 0$.
(R: $F \ge 0$ poiché l'integranda è sempre positiva e $t \ge 0$ in quanto l'integrale è fatto sempre su un sottointervallo di $\mathbb{R}^+$; inoltre, $F'(x) = 2x^3 f(x^2)$ che è concorde con x .)