ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2017**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Dato il numero complesso

$$w = -\frac{\sqrt{9+4\alpha^2}}{3-2i\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

i) determinare il valore del parametro α in modo tale che w abbia argomento $3\pi/4$;

ii) per tale valore di α , determinare i numeri complessi z che soddisfano la seguente equazione

$$\mathrm{e}^{2iz} = \frac{\mathrm{e}}{w}.$$

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(1-2\mathrm{e}^{x^2-2}\right)^n}{n\log(n+2)},$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.
Inoltre, per $x = \pm\sqrt{2}$, maggiorare in modulo l'errore commesso approssimando la somma della serie con la somma parziale dei primi 9 termini.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -\dfrac{(2x+\sqrt{2})\sin^5[y(x)]}{4\cos[y(x)]}, \\ y\left(\sqrt{2}\right) = \dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$$

---

4. Data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^{x^2} \frac{\mathrm{e}^t(t-1)}{4\pi + t^2 + \arctan t}\, dt\,,$$

determinare limiti alla frontiera ed eventuali asintoti.

5.

i) Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica.

ii) **Facoltativo:** Date $f, g : (0,+\infty) \to (0,+\infty)$ due funzioni tali che, per $x \to +\infty$, $f(x) \sim x^{-3}$ e $g(x) \sim x^{-1}$, stabilire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o fornire un controesempio se sono false:

$$a) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin[\sqrt{g(n)}]}{\log[1+f(\sqrt[6]{n})]} \quad \text{converge;}$$

$$b) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} g\left(\frac{1}{\sin(1/n)}\right)[1-\cos(f(\sqrt{n}))] \quad \text{converge.}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2017**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Dato il numero complesso

$$w = \frac{\sqrt{1+16\alpha^2}}{1+4i\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

i) determinare il valore del parametro α in modo tale che w abbia argomento $\pi/4$;
ii) per tale valore di α , determinare i numeri complessi z che soddisfano la seguente equazione

$$\mathrm{e}^{-2iz} = \frac{1}{\mathrm{e}w}.$$

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(1-\mathrm{e}^{2-x^2}\right)^n}{\sqrt{n}\log(n+1)},$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.
Inoltre, per $x = \pm\sqrt{2-\log 2}$, maggiorare in modulo l'errore commesso approssimando la somma della serie con la somma parziale dei primi 99 termini.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(3x^2+4x)\cos^5[y(x)]}{4\sin[y(x)]}, \\ y\,(2) = \dfrac{\pi}{3}. \end{cases}$$

---

4. Data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = -\int_1^{x^2-2} \frac{\log[1+(t+2)^2]t}{2+|t+2|+\cos t}\,dt\,,$$

determinare limiti alla frontiera ed eventuali asintoti.

5.
i) Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica.
ii) **Facoltativo:** Date $f, g : (0,+\infty) \to (0,+\infty)$ due funzioni tali che, per $x \to +\infty$, $f(x) \sim x^{-3}$ e $g(x) \sim x^{-1}$, stabilire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o fornire un controesempio se sono false:

$$a) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin[\sqrt{f(n)}]}{\log[1+g(\sqrt{n})]} \quad \text{diverge;}$$

$$b) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\frac{1}{\sin(1/n)}\right)}{1-\cos[(g(\sqrt{n}))^3]} \quad \text{converge.}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2017**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Dato il numero complesso

$$w = -\frac{\sqrt{1+25\alpha^2}}{1-5i\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

i) determinare il valore del parametro α in modo tale che w abbia argomento $5\pi/4$;
ii) per tale valore di α , determinare i numeri complessi z che soddisfano la seguente equazione

$$\mathrm{e}^{-2iz} = \frac{\mathrm{e}}{w}.$$

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(1-2\mathrm{e}^{3-x^2}\right)^n}{\sqrt{n}\log(\sqrt{n}+5)},$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.
Inoltre, per $x = \pm\sqrt{3}$, maggiorare in modulo l'errore commesso approssimando la somma della serie con la somma parziale dei primi 99 termini.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(2x-3)\cos^3[y(x)]}{2\sin[y(x)]}, \\ y(4) = \dfrac{\pi}{3}. \end{cases}$$

---

4. Data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = -\int_1^{x^2-2} \frac{\log[1+(t+2)^4]t}{4+2|t+2|+\cos[(t+2)^2]}\,dt\,,$$

determinare limiti alla frontiera ed eventuali asintoti.

5.

i) Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica.
ii) **Facoltativo:** Date $f, g : (0,+\infty) \to (0,+\infty)$ due funzioni tali che, per $x \to +\infty$, $f(x) \sim x^{-3}$ e $g(x) \sim x^{-1}$, stabilire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o fornire un controesempio se sono false:

$$a) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin[\sqrt{f(n)}]}{\log[1+g(\sqrt{n})]} \quad \text{diverge;}$$

$$b) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\frac{1}{\sin(1/n)}\right)}{1-\cos[g^3(\sqrt{n})]} \quad \text{converge.}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2017**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Dato il numero complesso

$$w = \frac{\sqrt{4+9\alpha^2}}{2-3i\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

i) determinare il valore del parametro α in modo tale che w abbia argomento $7\pi/4$;
ii) per tale valore di α , determinare i numeri complessi z che soddisfano la seguente equazione

$$\mathrm{e}^{2iz} = \frac{1}{\mathrm{e}w}.$$

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(1-\mathrm{e}^{x^2-3}\right)^n}{n\sqrt{\log(n+4)}},$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.
Inoltre, per $x = \pm\sqrt{3+\log 2}$, maggiorare in modulo l'errore commesso approssimando la somma della serie con la somma parziale dei primi 9 termini.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -\dfrac{(3x^2+2\sqrt[3]{2}x)\sin^3[y(x)]}{2\cos[y(x)]}, \\ y\left(\sqrt[3]{2}\right) = \dfrac{\pi}{6}. \end{cases}$$

---

4. Data la funzione $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^{x^2} \frac{\mathrm{e}^{2t}(t-1)}{2\pi+2t^2+\arctan(t^2)}\,dt\,,$$

determinare limiti alla frontiera ed eventuali asintoti.

5.

i) Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica.
ii) **Facoltativo:** Date $f,g:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$ due funzioni tali che, per $x\to+\infty$, $f(x)\sim x^{-3}$ e $g(x)\sim x^{-1}$, stabilire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o fornire un controesempio se sono false:

$$a) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin[\sqrt{g(n)}]}{\log[1+f(\sqrt[6]{n})]} \quad \text{converge;}$$

$$b) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} g\left(\frac{1}{\sin(1/n)}\right)[1-\cos(f(\sqrt{n}))] \quad \text{converge.}$$