D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Appello di Ing. Informatica del 11.1.2018: Compito B

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di minorante di un insieme $A \subset \mathbb{R}$.

(ii) Dare la definizione di estremo inferiore di un insieme $A \subset \mathbb{R}$.

Risposta

(i) ______________________________

(ii) ______________________________

Domanda 2

[3+2 punti]

(i) Enunciare il Teorema del Confronto per le successioni numeriche

(ii) Provare attraverso il Teorema dei Confronto che $\{\frac{1}{e^n+\cos(n^3)}\}_{n\in\mathbb{N}}$ converge

Risoluzione

(i) ______________________________

(ii) ______________________________

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é una funzione continua tale che $\int_0^1 f(x)dx = 0$, allora

- [a] Esiste $c \in (0,1)$ tale che $f(c) = 0$;
- [b] Se $F(x)$ é una primitiva di f, allora $F'(1) = 0$
- [c] $f(0) \cdot f(1) < 0$
- [d] f é identicamente nulla in $[0,1]$.

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 2 **[3 punti]**

Sia $\sum_n a_n$ una serie a termini positivi convergente e sia $b_n \leq a_n$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora $\sum_n b_n$

- [a] non diverge a $+\infty$
- [b] é divergente a $-\infty$
- [c] é assolutamente convergente, ma non convergente
- [d] $a_n \sim b_n$ per $n \to \infty$

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 3 **[3 punti]**

Sia $f : A \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e (x_0, y_0) é interno ad A. Se f é differenziabile in (x_0, y_0) allora non necessariamente

- [a] f é continua in (x_0, y_0)
- [b] f é derivabile in (x_0, y_0)
- [c] $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0) = Df(x_0, y_0) \cdot v$ per ogni versore $v \in \mathbb{R}^2$
- [d] $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0, y_0) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x_0, y_0)$

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 4

[4 punti]

Determinare $a \in \mathbb{R}$ in modo tale che

$$\lim_{x \to 0} \frac{ax - \sin(ax)}{x^3} = \frac{27}{6}.$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1 + e^{2t})y'(t) - e^t y(t)^2 = 0 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Studiare la funzione $f(x) = |10 + x|e^{1/x}$ e tracciarne un grafico qualitativo.

Risoluzione