

**INGEGNERIA MECCANICA  
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII  
PROVA SCRITTA – 11-09-2007**

Cognome

Nome

Matricola

**ESERCIZIO 1**

Studiare la convergenza dei seguenti integrali generalizzati:

$$\int_1^{+\infty} \sqrt{x \sin \frac{1}{x^2}} dx; \quad \int_0^1 \sqrt{\frac{x}{e^{x^2} - 1}} dx.$$

**ESERCIZIO 2**

Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale ordinaria:

$$y'' - 2y' + 2y = x.$$

**ESERCIZIO 3**

Determinare il dominio di esistenza e gli asintoti della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 - x - 2}}.$$

**ESERCIZIO 4**

Studiare la continuità e la derivabilità della funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x}{x - 2} & \text{per } x < 0 \\ \sqrt{x^2 + x} & \text{per } x > 0. \end{cases}$$

**ESERCIZIO 5**

Determinare massimo e minimo assoluto della funzione  $f(x, y) = x + y + 1$  nell'insieme (chiuso e limitato) compreso tra le due parabole  $y = 2x^2$  e  $y = x^2 + 1$ .

**ESERCIZIO 6**

Supponiamo che  $f(x)$  sia una funzione definita per  $x \geq 1$ , positiva, monotona decrescente e infinitesima per  $x \rightarrow +\infty$ . Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere e per quelle false fornire un controesempio.

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)^2$  converge semplicemente;      b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n f(n)$  converge semplicemente;
- c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n f(n)$  converge assolutamente;      d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f(n)}$  converge semplicemente.