

INGEGNERIA MECCANICA  
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII  
PROVA SCRITTA DEL 11-12-2006

COMPITO A

Cognome

Nome

Matricola

ESERCIZIO 1

Studiare la funzione  $y = \frac{\log x - 2}{\log x - 3}$  e tracciarne un grafico qualitativo. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

ESERCIZIO 2

Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' - (1 + \alpha)y' + \alpha y = e^{2x}$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

ESERCIZIO 3

Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \sqrt{3 + n^{3/2}} - \sqrt{2 + n^{3/2}} \right]; \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \log(3 + n^{3/2}) - \log(2 + n^{3/2}) \right].$$

ESERCIZIO 4

Dato il numero complesso  $z = \frac{-5 + \sqrt{3}i}{2 + \sqrt{3}i}$ ,

- scrivere  $z$  in forma algebrica;
- scrivere  $z$  in forma trigonometrica;
- calcolarne le radici quadrate.

ESERCIZIO 5

Determinare la natura dei punti critici della funzione  $f(x, y) = \frac{x^3 + y^3}{3} - \frac{5x^2 + 2y^2}{2}$ .

ESERCIZIO 6

Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere, giustificando la risposta.

- $x^7 + x^{14} \sim x^7$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^7 + x^{14} \sim x^{14}$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^7 + o(x^8) \sim o(x^8)$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^7 + o(x^8) \sim x^7$  per  $x \rightarrow 0$ .

**INGEGNERIA MECCANICA  
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII  
PROVA SCRITTA DEL 11-12-2006**

**COMPITO B**

Cognome

Nome

Matricola

**ESERCIZIO 1**

Studiare la funzione  $y = \frac{\log x - 3}{\log x - 2}$  e tracciarne un grafico qualitativo. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**ESERCIZIO 2**

Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' - (2 + \alpha)y' + 2\alpha y = e^x$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**ESERCIZIO 3**

Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \sqrt{4 + n^{5/2}} - \sqrt{3 + n^{5/2}} \right];$

b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \log(4 + n^{5/2}) - \log(3 + n^{5/2}) \right].$

**ESERCIZIO 4**

Dato il numero complesso  $z = \frac{2+6\sqrt{3}i}{2-\sqrt{3}i}$ ,

- scrivere  $z$  in forma algebrica;
- scrivere  $z$  in forma trigonometrica;
- calcolarne le radici quadrate.

**ESERCIZIO 5**

Determinare la natura dei punti critici della funzione  $f(x, y) = \frac{x^3+y^3}{3} - \frac{2x^2+5y^2}{2}$ .

**ESERCIZIO 6**

Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere, giustificando la risposta.

- $x^5 + x^{10} \sim x^{10}$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^5 + x^{10} \sim x^5$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^5 + o(x^6) \sim x^5$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^5 + o(x^6) \sim o(x^6)$  per  $x \rightarrow 0$ .

INGEGNERIA MECCANICA  
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII  
PROVA SCRITTA DEL 11-12-2006

COMPITO C

Cognome

Nome

Matricola

ESERCIZIO 1

Studiare la funzione  $y = \frac{\log x - 5}{\log x - 1}$  e tracciarne un grafico qualitativo. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

ESERCIZIO 2

Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' - (4 + \alpha)y' + 4\alpha y = e^{2x}$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

ESERCIZIO 3

Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \sqrt{3 + n^{7/4}} - \sqrt{2 + n^{7/4}} \right];$

b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \log(3 + n^{7/4}) - \log(2 + n^{7/4}) \right].$

ESERCIZIO 4

Dato il numero complesso  $z = \frac{3\sqrt{3}+i}{-\sqrt{3}+2i}$ ,

- scrivere  $z$  in forma algebrica;
- scrivere  $z$  in forma trigonometrica;
- calcolarne le radici quadrate.

ESERCIZIO 5

Determinare la natura dei punti critici della funzione  $f(x, y) = \frac{x^3+y^3}{3} + \frac{2x^2+5y^2}{2}$ .

ESERCIZIO 6

Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere, giustificando la risposta.

- $x^9 + x^{18} \sim x^9$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^9 + x^{18} \sim x^{18}$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^9 + o(x^{10}) \sim x^9$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- $x^9 + o(x^{10}) \sim o(x^{10})$  per  $x \rightarrow 0$ .

**INGEGNERIA MECCANICA  
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII  
PROVA SCRITTA DEL 11-12-2006**

**COMPITO D**

Cognome

Nome

Matricola

**ESERCIZIO 1**

Studiare la funzione  $y = \frac{\log x - 1}{\log x - 5}$  e tracciarne un grafico qualitativo. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**ESERCIZIO 2**

Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' - (3 + \alpha)y' + 3\alpha y = e^x$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**ESERCIZIO 3**

Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \sqrt{4 + n^{9/4}} - \sqrt{3 + n^{9/4}} \right];$

b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \log(4 + n^{9/4}) - \log(3 + n^{9/4}) \right].$

**ESERCIZIO 4**

Dato il numero complesso  $z = \frac{\sqrt{3-5i}}{\sqrt{3+2i}}$ ,

- a) scrivere  $z$  in forma algebrica;
- b) scrivere  $z$  in forma trigonometrica;
- c) calcolarne le radici quadrate.

**ESERCIZIO 5**

Determinare la natura dei punti critici della funzione  $f(x, y) = \frac{x^3+y^3}{3} + \frac{5x^2+2y^2}{2}$ .

**ESERCIZIO 6**

Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere, giustificando la risposta.

- a)  $x^6 + x^{12} \sim x^{12}$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- b)  $x^6 + x^{12} \sim x^6$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- c)  $x^6 + o(x^7) \sim o(x^7)$  per  $x \rightarrow 0$ ;
- d)  $x^6 + o(x^7) \sim x^6$  per  $x \rightarrow 0$ .