

INGEGNERIA MECCANICA
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII
PROVA SCRITTA DEL 28-03-2007

COMPITO A

Cognome

Nome

Matricola

ESERCIZIO 1

Determinare le soluzioni dell'equazione $z^4 - z^2 + 1 = 0$ nel campo complesso.

ESERCIZIO 2

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 0, y'(0) = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Studiare la convergenza dei seguenti integrali

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x^4)(1-\cos\frac{1}{x})} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\log(1+\frac{1}{x})}{x} dx.$$

ESERCIZIO 4

Determinare il minimo e il massimo assoluto della funzione $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 5x + 2y$ nel quadrilatero Q delimitato dalle rette $x = 0$, $y = 0$, $y = 1 - x$ e $y = 2 - x$.

ESERCIZIO 5

Determinare il campo di esistenza, i limiti alla frontiera e gli asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x}{x^2 - 1}.$$

ESERCIZIO 6

Supponiamo che a_n e b_n siano due successioni e che $a_n \rightarrow +\infty$ e $b_n \sim \frac{1}{n^2}$. Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere giustificando la risposta.

a) Se $a_n \sim n$ allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ converge;

b) Se a_n é crescente allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ diverge;

c) Se $a_n \sim \sqrt{n}$ allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ converge;

d) Se $a_n \sim \sqrt[3]{n}$ allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ diverge.

INGEGNERIA MECCANICA
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII
PROVA SCRITTA DEL 28-03-2007

COMPITO B

Cognome

Nome

Matricola

ESERCIZIO 1

Determinare le soluzioni dell'equazione $z^4 + z^2 + 1 = 0$ nel campo complesso.

ESERCIZIO 2

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 3y = 0 \\ y(0) = 0, y'(0) = 2. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Studiare la convergenza dei seguenti integrali

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x^4) \left(\sin \frac{1}{x^2}\right)} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\log\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}{\sqrt{x}} dx$$

ESERCIZIO 4

Determinare il minimo e il massimo assoluto della funzione $f(x, y) = x^2 + 2y^2 + 2x - 5y$ nel quadrilatero Q delimitato dalle rette $x = 0$, $y = 0$, $y = 1 - x$ e $y = 2 - x$.

ESERCIZIO 5

Determinare il campo di esistenza, i limiti alla frontiera e gli asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x}{x^2 - 1}.$$

ESERCIZIO 6

Supponiamo che a_n e b_n siano due successioni e che $a_n \rightarrow +\infty$ e $b_n \sim \frac{1}{n^3}$. Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere giustificando la risposta.

a) Se $a_n \sim \sqrt{n}$ allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ converge;

b) Se a_n é crescente allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ diverge;

c) Se $a_n \sim n^2$ allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ converge;

d) Se $a_n \sim \sqrt[4]{n}$ allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ diverge.