

Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Aerospaziale
Foglio 5

Esercizio 1

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|} - x$$

- a. determinare dominio, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti;
- b. determinare il segno di f ;
- c. determinare gli intervalli di monotonia ed elencare tutti i punti di estremo di f ;
- d. determinare eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità di f ;
- e. studiare la derivata seconda e individuare eventuali punti di flesso.
- f. tracciare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2

Determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ sono derivabili in tutto il loro dominio le seguenti funzioni

a. $f(x) \begin{cases} \arctan \frac{1}{x-2} + \arctan(x-2) + \alpha x & \text{se } x < 2 \\ \beta x^2 - \pi & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

b. $f(x) \begin{cases} x^\alpha \log x + 7x + 5 & \text{se } x > 0 \\ \beta e^x - 2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$

c. $f(x) \begin{cases} \frac{\sqrt{x}(x^2 + \alpha x + \beta)}{x+2} & \text{se } x \geq 0 \\ x \cos(\alpha x) + 2\beta \sin x & \text{se } x < 0 \end{cases}$

Esercizio 3

Data

$$f(x) = (x-1)e^{x^2} + \arctan(\log x) + 2$$

dimostrare che f è invertibile nel suo dominio, determinarne l'immagine e calcolare $(f^{-1})'(2)$.

Esercizio 4

Utilizzando gli sviluppi di Taylor calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(e^x \cos x) - \sin(\sin x)}{(e^x - 4^x)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 x + \log(1 - \sin^2 x)}{\cos x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin^2 x - \log(\cos x)] \log(1 + \sin x)}{x \sin x \sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\cos x}}{x^2}$$

Esercizio 5

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{x}{2}} - \cosh \sqrt{x}}{(x + \sqrt[5]{x})^\alpha}$$