VII - Esercizi

Esercizio 1 . Dati il punto $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e la retta $r : 2x - y = 0$, determinare le coordinate dei punti B e C di r tali che il vettore $\overrightarrow{AB}$ sia parallelo al vettore $\mathbf{w} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ e l'angolo $\widehat{BAC}$ sia retto.

Esercizio 2 . Dati i punti $A\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$, determinare un punto D in modo che $ABDC$ siano, nell'ordine, i vertici di un parallelogramma. Calcolare l'area del parallelogramma e la sua altezza rispetto alla base AB.

Esercizio 3 . Determinare le formule di trasformazione delle coordinate di punto nel passaggio da un riferimento cartesiano $RC(O; \mathbf{i}, \mathbf{j})$ ad un riferimento cartesiano equiverso $RC(O'; \mathbf{i}', \mathbf{j}')$ sapendo che $\mathbf{j}'$ il versore della retta $r : x + 2y = 0$ orientata secondo le y crescenti e che il punto A ha coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ nel primo e $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{3}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$ nel secondo riferimento. Determinare inoltre le coordinate di O' in $RC(O; \mathbf{i}, \mathbf{j})$. Determinare infine l'equazione in $RC(O'; \mathbf{i}', \mathbf{j}')$ della retta $s : x - y = 0$.

Esercizio 4 . Determinare il centro C del fascio di rette $y+2+k(x+y+1) = 0$, $k \in \mathbb{R}$. Determinare la retta s del fascio perpendicolare ad $r : 2x+y-5 = 0$ ed il punto $T = r \cap s$. Determinare inoltre su r un punto P tale che l'area del triangolo PTC sia uguale a 5.

Esercizio 5 . Sono dati i punti $P_1\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $P_2\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(a) Verificare che la retta r passante per i punti P_1 e P_2 parallela alla retta $r' : 2x-y-5 = 0$. Determinare l'equazione cartesiana della retta r" passante per il punto $B\begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ ed appartenente al fascio di rette generato da r ed r'.

(b) Scrivere l'equazione cartesiana della retta n passante per l'origine O e perpendicolare ad r. Detti H ed A i punti intersezione di n con r ed r' rispettivamente, verificare che H il punto medio del segmento AB.

(c) Determinare il punto C del I quadrante tale che il triangolo di vertici A, B, C sia isoscele sulla base AB e di lato $\overline{AC} = 10\sqrt{2}$.
(d) Scrivere l'equazione cartesiana della circonferenza passante per i punti O, P_1, P_2.

Esercizio 6 . Sono dati i due punti $P_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ e $P_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
(a) Verificare che il punto $H \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ allineato con P_1, P_2 e scrivere l'equazione cartesiana della retta r che passa per tali punti.
(b) Calcolare le coordinate del punto A simmetrico dell'origine O rispetto ad H e scrivere l'equazione cartesiana della retta s passante per O e perpendicolare ad r.
(c) Determinare su r il punto B di ascissa positiva e tale che l'area del triangolo di vertici O, A, B valga 20.
(d) Scrivere l'equazione cartesiana della circonferenza circoscritta al triangolo O, A, B.

Esercizio 7 . Scrivere l'equazione cartesiana della retta r passante per i punti $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ e della retta n passante per l'origine O e perpendicolare ad r. Determinare su n il punto C di ascissa positiva e che dista $5\sqrt{2}$ da A. Scrivere inoltre l'equazione cartesiana della circonferenza di centro C e tangente ad r. Determinare infine le coordinate del punto D tale che $ABCD$ sia un parallelogramma e calcolarne l'area.

Esercizio 8 . Determinare le formule di trasformazione delle coordinate di punto nel passaggio da un riferimento cartesiano $RC(O; \mathbf{i}, \mathbf{j})$ ad un riferimento cartesiano equiverso $RC(O'; \mathbf{i}', \mathbf{j}')$ sapendo che il punto O' ha coordinate $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ rispetto ad $RC(O; \mathbf{i}, \mathbf{j})$ e che l'angolo $\widehat{\mathbf{ii}'}$ vale $\frac{\pi}{3}$.

Esercizio 9 . Determinare le formule di trasformazione delle coordinate di punto nel passaggio da un riferimento cartesiano $RC(O; \mathbf{i}, \mathbf{j})$ ad un riferimento cartesiano contraverso $RC(O'; \mathbf{i}', \mathbf{j}')$ sapendo che l'asse x' la retta $r : 2x - y = 0$ orientata secondo le x crescenti e che il punto P ha coordinate $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ in $RC(O; \mathbf{i}, \mathbf{j})$ e $\begin{pmatrix} -3 \\ \sqrt{5} \end{pmatrix}$ in $RC(O'; \mathbf{i}', \mathbf{j}')$. Determinare infine l'equazione in $RC(O'; \mathbf{i}', \mathbf{j}')$ della retta $s : x - y = 0$.