ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
12/06/2007
Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo A

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x,y) = \log_{|xy|}\left(x^2(y-1)^2\right)$$

2) Dire per quali direzioni $\overrightarrow{r}$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial \overrightarrow{r}}(0,0)$ della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1-\cos(xy)}{(xy)^2} & x \neq 0,\ y \neq 0 \\ \frac{3}{2} & x = 0,\ y = 0 \end{cases}$$

3) Dire se la forma differenziale ω è esatta nel suo insieme di definizione ed in caso affermativo determinare la primitiva $F(x,y)$ tale che $F(0,0) = 0$. Calcolare inoltre $\int_{+\gamma} \omega$ ove γ è la curva di equazione $3x^2 + y^2 = 3$.

$$\omega = e^{xy}(1+xy)\,dx + x^2 e^{xy}\,dy$$

4) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x}{y} - xy \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

TEORIA. Dare la definizione di funzione continua; enunciare e dimostrare il Teorema della decomposizione dell'incremento.

ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
12/06/2007
Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo B

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x,y) = \left(\sqrt[4]{x^4(y-1)^4}\right)^{-x}$$

2) Dire per quali direzioni $\overrightarrow{r}$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial \overrightarrow{r}}(0,0)$ della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\log(1+|xy|)}{|xy|} & x \neq 0,\ y \neq 0 \\ 2 & x = 0,\ y = 0 \end{cases}$$

3) Dire se la forma differenziale ω è esatta nel suo insieme di definizione ed in caso affermativo determinare la primitiva $F(x,y)$ tale che $F(0,0) = 0$. Calcolare inoltre $\int_{+\gamma} \omega$ ove γ è la curva di equazione $(x-3)^2 + y^2 = 4$.

$$\omega = \left[\sin(xy) + xy\cos(xy)\right] dx + \left[x^2\cos(xy)\right] dy$$

4) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{1+x} + \sqrt{y} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

TEORIA. Dare la definizione di divergenza. Enunciare e dimostrare il Teorema della divergenza.

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

12/06/2007

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

<u>Testo C</u>

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x,y) = \log_{|xy|}\left(x^2y^2\right)$$

2) Dire per quali direzioni $\overrightarrow{r}$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial \overrightarrow{r}}(3,3)$ della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1-\cos[(x-3)(y-3)]}{[(x-3)(y-3)]^2} & x \neq 3,\ y \neq 3 \\ \frac{5}{2} & x = 3,\ y = 3 \end{cases}$$

3) Dire se la forma differenziale ω è esatta nel suo insieme di definizione ed in caso affermativo determinare la primitiva $F(x,y)$ tale che $F(0,0) = 0$. Calcolare inoltre $\int_{+\gamma} \omega$ ove γ è la curva di equazione $x^2 + 4y^2 = 16$.

$$\omega = \left(y^3 e^{xy}\right) dx + \left(xy^2 e^{xy} + 2ye^{xy}\right) dy$$

4) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -\frac{y}{x} - xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

TEORIA. Dare la definizione di funzione differenziabile. Dimostrare che se una funzione è differenziabile allora è continua.

ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
12/06/2007
Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo D

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea.................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x,y) = \left(\sqrt[8]{x^8(y-3)^8}\right)^{-x}$$

2) Dire per quali direzioni $\overrightarrow{r}$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial \overrightarrow{r}}(1,1)$ della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\log(1+|(x-1)(y-1)|)}{|(x-1)(y-1)|} & x \neq 1,\ y \neq 1 \\ 3 & x = 1,\ y = 1 \end{cases}$$

3) Dire se la forma differenziale ω è esatta nel suo insieme di definizione ed in caso affermativo determinare la primitiva $F(x,y)$ tale che $F(0,0) = 0$. Calcolare inoltre $\int_{+\gamma} \omega$ ove γ è la curva di equazione $x^2 + (y-1)^2 = 3$.

$$\omega = \frac{y}{1+(xy)^2}\, dx + \frac{x}{1+(xy)^2}\, dy$$

4) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x} + 2x\sqrt{x}\sqrt{y} \\ y(1) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

TEORIA. Dare la definizione di forma differenziale esatta. Dimostrare che se una forma differenziale è esatta in un campo connesso allora l'integrale lungo una qualunque curva regolare chiusa è nullo.