ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
13/01/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi -Prof. V. Regis Durante

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$f(x) = \frac{\ln x\sqrt{1-\ln^2 x}}{x}$$

nell'intervallo $\left[\frac{1}{e}, e\right]$.

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1-\operatorname{sen} x}{(x^4+x^2+1)^k}$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3) Data la funzione $f(x,y) = \log_{y-x^2}|x^2+2y^2-1|$ determinare il suo insieme di definizione A, disegnarlo e stabilirne la natura topologica.
Studiare la derivabilità direzionale della funzione $z(x,y) = \ln(y-x^2)f(x,y)$ in $(0,2)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \left[\frac{\cos x}{2} + \frac{1}{(2+2x^2)\operatorname{arctg} x}\right] y + \frac{y^3\cos x}{2\operatorname{arctg} x} = 0 \\ y(1) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione derivabile direzionalmente. Enunciare il criterio di derivabilità direzionale. Che tipo di condizione fornisce? necessaria o sufficiente? Esibire degli esempi. Dimostrare che il gradiente è sempre diretto perpendicolarmente alla superficie.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
13/01/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi -Prof. V. Regis Durante

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x \sqrt{1 - \operatorname{arctg}^2 x}}{1 + x^2}$$

nell'intervallo $[-1, 1]$.

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1 - \operatorname{sen}(2x)}{(x^4 + x^2 + 1)^k}$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3) Data la funzione $f(x, y) = \log_{xy} |x^2 + y^2 - 4|$ determinare il suo insieme di definizione A, disegnarlo e stabilirne la natura topologica.
Studiare la derivabilità direzionale della funzione $z(x, y) = \ln(xy) f(x, y)$ in $(3, 3)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \left[\frac{1}{6 \operatorname{tg} x \cos^2 x} - \frac{\operatorname{sen}(2x)}{3}\right] y + \frac{\operatorname{sen}(2x)}{3y^5 \operatorname{tg} x} = 0 \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di equazione differenziale, di integrale generale, particolare e singolare.
Dimostrare il teorema sulla struttura della soluzione di un'equazione differenziale lineare.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
13/01/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi -Prof. V. Regis Durante

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$f(x) = \operatorname{arctg} x$$

nell'intervallo $[-\sqrt{3}, 1]$.

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(1-\cos x)\, 2^k}{(2x^4+2x^2+2)^k}$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3) Data la funzione $f(x,y) = \log_{x-y^2} |x^2+2y^2-1|$ determinare il suo insieme di definizione A, disegnarlo e stabilirne la natura topologica.
Studiare la derivabilità direzionale della funzione $z(x,y) = \ln(x-y^2) f(x,y)$ in $(2,0)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \left[\frac{1}{4(1+x^2)\operatorname{arctg} x} - \frac{\operatorname{sen}(2x)}{2}\right] y = \frac{1}{2y^3(1+x^2)e^{cos(2x)}} \\ y(1) = \sqrt[4]{\frac{\pi}{4e^{\cos 2}}} \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione differenziabile in un punto per funzioni di più variabili. Dimostrare che la differenziabilità implica la continuità. Confronto tra funzioni di una e più variabili.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
13/01/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi -Prof. V. Regis Durante

<u>Testo D</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1 Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$f(x) = (x+1)\log x$$

nell'intervallo $\left[\frac{1}{3}, 2\right]$.

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(1-\operatorname{sen}(2x))\, 2^k}{(2x^4+2x^2+2)^k}$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3) Data la funzione $f(x,y) = \log_{xy}|x^2+y^2-1|$ determinare il suo insieme di definizione A, disegnarlo e stabilirne la natura topologica.
Studiare la derivabilità direzionale della funzione $z(x,y) = \ln(xy) f(x,y)$ in $(2,2)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \left[\frac{\cos(2x)}{2} + \frac{1}{4\operatorname{tg} x \cos^2 x}\right] y + \frac{y^5}{2e^{\operatorname{sen}(2x)}\cos^2 x} = 0 \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt[4]{e} \end{cases}$$

5) Equazioni differenziali lineari omogenee a coefficienti costanti.
Enunciare e dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale.