ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
15/07/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ delle funzioni

$$f(x) = 1 + \frac{1}{2}\ln(1+x) - e^{\frac{x}{2}} + \frac{3}{8}x^2 \qquad\qquad g(x) = x - \operatorname{sen} x$$

e calcolare

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}.$$

2) Calcolare l'area della regione di piano sottesa dalla curva di equazione

$$y = \frac{2-x}{x^3+x^2+2x+2}$$

nell'intervallo $I = [0,3]$.

3) Data la funzione

$$f(x,y) = |x|^{\alpha}\, e^{x^2+y^2}$$

determinare il suo insieme di definizione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e stabilire la sua natura topologica. Fissato $\alpha = 2$, determinare, se possibile, l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = f(x,y)$ in $(1,0)$ motivando la risposta.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{1}{\sqrt{x}}\,y = \frac{y e^{-\sqrt{x}}\cos x}{\sqrt{y}\operatorname{sen} x} \\ \\ y(\frac{\pi}{2}) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di equazione differenziale lineare e la definizione di integrale generale e particolare. Enunciare e dimostrare il teorema sulla struttura delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
15/07/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

<u>Testo B</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$ delle funzioni

$$f(x) = \cos(\sqrt{x}) + \frac{1}{2}e^x - \frac{3}{2} - \frac{7}{24}x^2 \qquad\qquad g(x) = x - \operatorname{tg} x$$

e calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

2) Calcolare l'area della regione di piano sottesa dalla curva di equazione

$$y = \frac{2x+6}{3-3x+x^2-x^3}$$

nell'intervallo $I = [-4, 0]$.

3) Data la funzione

$$f(x,y) = |x-1|^{\alpha}\, e^{(x-1)^2+(y-1)^2}$$

determinare il suo insieme di definizione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e stabilire la sua natura topologica. Fissato $\alpha = 2$, determinare, se possibile, l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = f(x,y)$ in $(2,0)$ motivando la risposta.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{\cos x}{3\sqrt{\operatorname{sen} x}}\, y = \frac{e^{-\sqrt{\operatorname{sen} x}}}{3x\sqrt{y}\ln x} \\ \\ y(\frac{\pi}{2}) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di equazione differenziale lineare e la definizione di integrale generale e particolare.
Dare la definizione di equazione differenziale lineare omogenea del secondo ordine a coefficienti costanti. Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrale generale di tali equazioni.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
15/07/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ delle funzioni

$$f(x) = 1/2 + \ln\left(1 + \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}e^x + \frac{3}{8}x^2 \qquad\qquad g(x) = \frac{x}{2} - \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$$

e calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

2) Calcolare l'area della regione di piano sottesa dalla curva di equazione

$$y = \frac{1-x}{x^3 + x^2 + x + 1}$$

nell'intervallo $I = [0, 2]$.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = |y|^{\alpha}\, e^{x^2+y^2}$$

determinare il suo insieme di definizione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e stabilire la sua natura topologica. Fissato $\alpha = 2$, determinare, se possibile, l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = f(x, y)$ in $(0, 1)$ motivando la risposta.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}\, y + \frac{y e^{-\sqrt{\ln x}} \operatorname{sen} x}{\sqrt{y \cos x}} = 0 \\ \\ y(2\pi) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di equazione differenziale non lineare e fornire un esempio. Dare la definizione di soluzione stazionaria e la definizione di integrale singolare di un'equazione differenziale e fornire un esempio.
Illustrare la tecnica di risoluzione delle equazioni differenziali a variabili separabili.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
15/07/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$ delle funzioni

$$f(x) = \cos(\sqrt{x}) + e^{\frac{x}{2}} - 2 - \frac{1}{6}x^2 \qquad\qquad g(x) = \frac{x}{3} - \mathrm{tg}\left(\frac{x}{3}\right)$$

e calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

2) Calcolare l'area della regione di piano sottesa dalla curva di equazione

$$y = \frac{2x+4}{2-2x+x^2-x^3}$$

nell'intervallo $I = [-3, 0]$.

3) Data la funzione

$$f(x,y) = |y-1|^{\alpha}\, e^{(x-1)^2+(y-1)^2}$$

determinare il suo insieme di definizione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e stabilire la sua natura topologica. Fissato $\alpha = 2$, determinare, se possibile, l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = f(x,y)$ in $(0,2)$ motivando la risposta.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \frac{\operatorname{sen} x}{3\sqrt{\cos x}}\, y = \frac{e^{-\sqrt{\cos x}}}{3\sqrt{xy}} \\ \\ y(2\pi) = 1 \end{cases}$$

5) Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Mostrare i vari metodi di risoluzione. Enunciare e dimostrare il Teorema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine.