

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**21/10/2016**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

**Testo A**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{5 \operatorname{sen} x \sqrt[5]{\operatorname{arctg} x}}{x}$$

determinare il suo ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0$ .

Detto  $\tilde{f}$  il prolungamento continuo di  $f$  su  $\mathbb{R}$ , studiare la derivabilità di  $\tilde{f}$  in  $x = 0$ .

2) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva di equazione

$$y = 2x \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{x} \right)$$

relativamente all'intervallo  $[-\sqrt{3}, -1]$ .

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\ln(1+xy)}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

stabilire se è continua, derivabile e differenziabile nell'origine.

Determinare per quali direzioni esistono le derivate direzionali di  $f$  in  $(0, 0)$ .

4) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y = 2 \cos x$$

e stabilire se ci sono soluzioni limitate per  $x \in \mathbb{R}$ .

5) Dare la definizione di serie convergente. Enunciare e dimostrare la condizione necessaria di convergenza delle serie. Esibire esempi e controesempi.