ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE E AMBIENTE
09/09/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare il comportamento della seguente serie al variare di $\alpha > 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha^2-1} \ln(1+n^{-\alpha}).$$

2) Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore e gli eventuali punti di massimo e minimo relativi e assoluti per $x \in \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\operatorname{arctg}\left(-x^2 - \frac{1}{2}\,x + \frac{1}{2}\right)} & -1 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2} \\ \operatorname{arctg}\sqrt{x^2 + \frac{1}{2}\,x - \frac{1}{2}} & x < -1 \;\vee\; x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

3) Data la funzione

$$f(x,y) = (x^2 - y^2)^{4/3}$$

e le funzioni

$$x(u,v) = \cos u + \cos v \qquad \text{e} \qquad y(u,v) = \operatorname{sen} u - 2\cos v$$

determinare l'insieme di definizione della funzione composta $F(u,v) = f(x(u,v), y(u,v))$.
Calcolare, se possibile, $F_u(0,0)$ motivando la risposta.
La F è differenziabile in $(0,0)$?

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{\sqrt{y}}\sqrt{xy} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di primitiva di una funzione di una variabile.
Enunciare e dimostrare il teorema di Torricelli-Barrow.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE E AMBIENTE

09/09/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare il comportamento della seguente serie al variare di $\alpha > 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\frac{1}{5}\alpha^2-1}(1-\cos(n^{-\alpha})).$$

2) Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore e gli eventuali punti di massimo e minimo relativi e assoluti per $x \in \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{e^{-x^2-x+6}-1} & -3 \leqslant x \leqslant 2 \\ e^{\sqrt{x^2+x-6}}-1 & x < -3 \ \vee \ x > 2 \end{cases}$$

3) Data la funzione

$$f(x,y) = (y^2-x^2)^{6/5}$$

e le funzioni

$$x(u,v) = \operatorname{sen} u + \operatorname{sen} v \qquad \text{e} \qquad y(u,v) = \cos u - 2\operatorname{sen} v$$

determinare l'insieme di definizione della funzione composta $F(u,v) = f(x(u,v), y(u,v))$.
Calcolare, se possibile, $F_u\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ motivando la risposta.
La F è differenziabile in $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$?

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{-\sqrt{x}}\sqrt{\frac{y}{x}} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di minimo e massimo relativo ed assoluto per una funzione di una variabile. Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE E AMBIENTE

09/09/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare il comportamento della seguente serie al variare di $\alpha < 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{2\alpha^2-1} \ln(1+n^{\alpha}).$$

2) Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore e gli eventuali punti di massimo e minimo relativi e assoluti per $x \in \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \sqrt[3]{-x^2-x+2} & -2 \leqslant x \leqslant 1 \\ \sqrt[3]{\operatorname{arctg}(x^2+x-2)} & x < -2 \ \vee \ x > 1 \end{cases}$$

3) Data la funzione

$$f(x,y) = (-x^2+y^2)^{4/3}$$

e le funzioni

$$x(u,v) = \cos^2 u + \cos^2 v \qquad \text{e} \qquad y(u,v) = \cos u - 2 \operatorname{sen} v$$

determinare l'insieme di definizione della funzione composta $F(u,v) = f(x(u,v), y(u,v))$.
Calcolare, se possibile, $F_u\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ motivando la risposta.
La F è differenziabile in $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$?

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{e^{\sqrt{y}}} \sqrt{\frac{y}{x-1}} \\ y(5) = 0 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di estremo superiore ed inferiore di una funzione di una variabile.
Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE E AMBIENTE

09/09/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare il comportamento della seguente serie al variare di $\alpha < 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\frac{1}{3}\alpha^2-1}(1-\cos(n^\alpha)).$$

2) Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore e gli eventuali punti di massimo e minimo relativi e assoluti per $x \in \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{\sqrt{-x^2-6x-8}} - 1 & -4 \leqslant x \leqslant -2 \\ \sqrt{e^{x^2+6x+8}-1} & x < -4 \ \vee \ x > -2 \end{cases}$$

3) Data la funzione

$$f(x,y) = (x^2 - y^2)^{6/5}$$

e le funzioni

$$x(u,v) = \cos^3 u + \cos^3 v \qquad \text{e} \qquad y(u,v) = \operatorname{sen} v - 2\cos u$$

determinare l'insieme di definizione della funzione composta $F(u,v) = f(x(u,v), y(u,v))$.
Calcolare, se possibile, $F_u\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ motivando la risposta.
La F è differenziabile in $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$?

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{\sqrt{x}}\sqrt{\frac{y-1}{x}} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di differenziale primo di una funzione di una variabile.
Interpretazione geometrica del differenziale primo.