ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

09/06/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Risolvere l'equazione $\quad 2\,\mathrm{Re}\,(i\bar{z})\ \mathrm{Im}\,(iz) - |z|^2 = 0, \qquad z \in \mathbb{C}$

e la disequazione $\quad 2\,\mathrm{Re}\,(i\bar{z})\ \mathrm{Im}\,(iz) - |z|^2 \leqslant 0\,, \qquad z \in \mathbb{C},$

disegnando gli insiemi delle soluzioni.

2) Una volta stabilito il segno della funzione $f(x) = \frac{\mathrm{arctg}(2x)}{(e^{2x}-1)^2+e^{2x}-1}$ nell'intervallo $[0, +\infty)$, stabilire, con i criteri di integrabilità, se converge o no l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{arctg}(2x)}{(e^{2x}-1)^2 + e^{2x} - 1}\, dx.$$

3) Data la funzione

$$\overline{f}(x,y) = \frac{\left(e^{\sqrt{(x-1)(y-1)}} - 1\right) \ln\left(1 + (x^2+y^2)^\alpha\right)}{x^2+y^2}$$

determinare il suo insieme di definizione D al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la continuità e la derivabilità direzionale nell'origine della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \overline{f}(x,y) & (x,y) \in D \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y' + \frac{2(1+\cos^2 x)}{3\,\mathrm{sen}(2x)}\, y = \frac{\cos x}{\sqrt{y}}$$

nell'insieme $I \times J = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \times \mathbb{R}^+$.
Calcolare $\lim\limits_{x \to 0^+} y(x)$ e $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} y(x)$ al variare della costante arbitraria.

5) Dare la definizione di successione divergente e convergente.
Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite di una successione.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

09/06/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Risolvere l'equazione $\operatorname{Re}(z - \bar{z} + i\bar{z}^2) = \operatorname{Im}(z + \bar{z} + i|z|^2)$, $z \in \mathbb{C}$

e la disequazione $\operatorname{Re}(z - \bar{z} + i\bar{z}^2) \leqslant \operatorname{Im}(z + \bar{z} + i|z|^2)$, $z \in \mathbb{C}$

disegnando gli insiemi delle soluzioni.

2) Una volta stabilito il segno della funzione $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{(e^{4x}+1)(\operatorname{arctg}^2(2x)+\operatorname{arctg}(2x)+1)}$ nell'intervallo $[0, +\infty)$, stabilire, con i criteri di integrabilità, se converge o no l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{2x}-1}{(e^{4x}+1)\left(\operatorname{arctg}^2(2x)+\operatorname{arctg}(2x)+1\right)}\, dx.$$

3) Data la funzione

$$\overline{f}(x,y) = \frac{\left(1 - \cos\sqrt{(x+2)(y+2)}\right)\left(e^{\sqrt{(x^2+y^2)^\alpha}} - 1\right)}{(x^2+y^2)^2}$$

determinare il suo insieme di definizione D al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la continuità e la derivabilità direzionale nell'origine della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \overline{f}(x,y) & (x,y) \in D \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y' - \frac{\frac{3}{2}\cos^2 x - \cos(2x)}{3 \operatorname{sen} x \cos x}\, y + \frac{5}{6}\, y^4 \cos^2 x \sqrt{\operatorname{sen} x \cos x} = 0$$

nell'itervallo $I = \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Calcolare $\lim_{x\to 0^+} y(x)$ e $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^-} y(x)$ al variare della costante arbitraria.

5) Dare la definizione di estremo relativo per funzioni di una variabile.

Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

09/06/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Risolvere l'equazione $\quad 2\,\mathrm{Im}\,(i\bar{z})\ \mathrm{Re}\,(iz) - |\bar{z}|^2 = 0, \qquad z \in \mathbb{C}$

e la disequazione $\quad 2\,\mathrm{Im}\,(i\bar{z})\ \mathrm{Re}\,(iz) - |\bar{z}|^2 \leqslant 0\,, \qquad z \in \mathbb{C}$

disegnando gli insiemi delle soluzioni.

2) Una volta stabilito il segno della funzione $f(x) = \frac{\mathrm{arctg}(3x)}{(e^{3x}-1)^2+e^{3x}-1}$ nell'intervallo $[0, +\infty)$, stabilire, con i criteri di integrabilità, se converge o no l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{arctg}(3x)}{(e^{3x}-1)^2 + e^{3x} - 1}\, dx.$$

3) Data la funzione

$$\overline{f}(x,y) = \frac{\ln\left(1 + \sqrt{(x^2+y^2)^\alpha}\right) \mathrm{arctg}\sqrt{(x-2)(y-2)}}{x^2+y^2}$$

determinare il suo insieme di definizione D al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la continuità e la derivabilità direzionale nell'origine della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \overline{f}(x,y) & (x,y) \in D \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y' - 3\,\frac{1+\cos^2 x}{\mathrm{sen}(2x)}\, y = 15\sqrt[3]{y^2}\,\mathrm{sen}^2 x \sqrt{\cos x\,\mathrm{sen}\,x}$$

nell'intervallo $I = \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
Calcolare $\lim\limits_{x\to 0^+} y(x)$ e $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} y(x)$ al variare della costante arbitraria.

5) Dare la definizione di serie, di serie convergente o divergente.
Enunciare e dimostrare il teorema sulle serie a termine di segno costante.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

09/06/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Risolvere l'equazione $\quad \mathrm{Im}\,(i(z-\bar{z})+\bar{z}^2) = \mathrm{Re}\,(i(z+\bar{z})+|z|^2)\,, \qquad z \in \mathbb{C}$

e la disequazione $\quad \mathrm{Im}\,(i(z-\bar{z})+\bar{z}^2) \leqslant \mathrm{Re}\,(i(z+\bar{z})+|z|^2)\,, \qquad z \in \mathbb{C}$

disegnando gli insiemi delle soluzioni.

2) Una volta stabilito il segno della funzione $\quad f(x) = \frac{e^{3x}-1}{(e^{6x}+1)(\mathrm{arctg}^2(3x)+\mathrm{arctg}(3x)+1)}$

nell'intervallo $[0, +\infty)$, stabilire, con i criteri di integrabilità, se converge o no l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{3x}-1}{(e^{6x}+1)\,(\mathrm{arctg}^2(3x)+\mathrm{arctg}(3x)+1)}\,dx.$$

3) Data la funzione

$$\overline{f}(x,y) = \frac{\left(e^{\left[(x^2+y^2)^{\alpha}\right]}-1\right)\mathrm{sen}\,\sqrt{(x+1)(y+1)}}{(x^2+y^2)^2}$$

determinare il suo insieme di definizione D al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la continuità e la derivabilità direzionale nell'origine della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \overline{f}(x,y) & (x,y) \in D \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y' + \frac{\cos(2x) - \frac{3}{2}\cos^2 x}{3\,\mathrm{sen}\,x\cos x}\,y = \frac{\mathrm{sen}\,x}{y^2}$$

nell'intervallo $I = \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Calcolare $\lim\limits_{x\to 0^+} y(x)$ e $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} y(x)$ al variare della costante arbitraria.

5) Dare la definizione di primitiva di una funzione di una variabile.

Enunciare e dimostrare il Teorema della media per il calcolo integrale e darne l'interpretazione geometrica.