ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

07/02/2018

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\frac{1}{2} - 3e^{-x^2}\right)^n}{n^2 + \sqrt{n} + 1}.$$

2) Stabilire al variare di $0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{4}$ se il seguente integrale è finito:

$$\int_{\alpha}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^2 x + 3\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\operatorname{tg}^3 x \cos^2 x}\, dx.$$

Verificare le conclusioni ottenute mediante il calcolo dell'integrale.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)}{\cos(y+1)}$$

determinare il suo insieme di definizione A, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Stabilire se la funzione

$$\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua e derivabile parzialmente nell'origine. Determinare, se possibile, l'equazione del piano tangente al grafico di $\tilde{f}$ in corrispondenza del punto $(0, 1)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 + y + 1 \\ y(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

5) Dare la definizione di successione, di successione convergente, divergente, indeterminata. Fornire un esempio per ciascun caso. Dimostrare il teorema di unicità del limite.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

07/02/2018

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

<u>Testo B</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\frac{1}{2} - \log(x^2 + e)\right]^n}{n^3 + n^2 + 2}.$$

2) Stabilire al variare di $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$ se il seguente integrale è finito:

$$\int_{\alpha}^{1} \frac{\ln(1+x) + \sqrt{\ln(1+x)}}{(1+x)\ln^2(1+x)}\, dx.$$

Verificare le conclusioni ottenute mediante il calcolo dell'integrale.

3) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)}{\operatorname{sen}(1+x)}$$

determinare il suo insieme di definizione A, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Stabilire se la funzione

$$\tilde{f}(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & (x,y) \in A \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è continua e derivabile parzialmente nell'origine. Determinare, se possibile, l'equazione del piano tangente al grafico di $\tilde{f}$ in corrispondenza del punto $(1,0)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 + 2y + 3 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di minimo e massimo relativo ed assoluto per funzioni di una variabile. Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat. Che tipo di condizioni fornisce? Esempi e controesempi.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

07/02/2018

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\frac{1}{3} - 4e^{-x^2}\right)^n}{n^3 + \sqrt{n} + 1}.$$

2) Stabilire al variare di $0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{1}{2}$ se il seguente integrale è finito:

$$\int_{\alpha}^{\frac{1}{2}} \frac{3\sqrt{\operatorname{arcsen} x} + \operatorname{arcsen}^2 x}{\sqrt{1-x^2}\ \operatorname{arcsen}^3 x}\, dx.$$

Verificare le conclusioni ottenute mediante il calcolo dell'integrale.

3) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\ln\left(1 + \frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)}{\cos(y-1)}$$

determinare il suo insieme di definizione A, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Stabilire se la funzione

$$\tilde{f}(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & (x,y) \in A \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è continua e derivabile parzialmente nell'origine. Determinare, se possibile, l'equazione del piano tangente al grafico di $\tilde{f}$ in corrispondenza del punto $(0,-1)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2y^2 + 2y + 2 \\ y(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione continua per funzioni di una variabile. Classificare i punti di discontinuità. Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

07/02/2018

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\frac{1}{3} - \log(x^2+e)\right]^n}{n^4+n^3+2}.$$

2) Stabilire al variare di $0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{2}$ se il seguente integrale è finito:

$$\int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\operatorname{sen} x + \sqrt{\operatorname{sen} x})\cos x}{\operatorname{sen}^2 x}\, dx.$$

Verificare le conclusioni ottenute mediante il calcolo dell'integrale.

3) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{e^{\frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}} - 1}{\operatorname{sen}(x-1)}$$

determinare il suo insieme di definizione A, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Stabilire se la funzione

$$\tilde{f}(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & (x,y) \in A \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è continua e derivabile parzialmente nell'origine. Determinare, se possibile, l'equazione del piano tangente al grafico di $\tilde{f}$ in corrispondenza del punto $(-1,0)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2y^2 + 4y + 6 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione derivabile. Classificare i punti di non derivabilità. Dimostrare che ogni funzione derivabile in un punto è ivi continua. Che tipo di condizioni fornisce? Esempi e controesempi. Dare la definizione di retta tangente.