

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO**  
**06/09/2019**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

**Testo A**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Calcolare al variare di  $a \in \mathbb{R}$  l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0$  della seguente funzione:

$$f(x) = 2 \cos x^2 - 2 + x^4 - ax^8.$$

Studiare inoltre per  $a = 0$  il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\ln(1 + x^6)}.$$

- 2) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{1}{2^n} + \frac{1}{n(n+1)} \right)$$

studiarne il carattere e se possibile calcolarne la somma.

- 3) Data la funzione integrale

$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{e^{-\frac{1}{t}}}{t^2} dt$$

- utilizzando il Teorema di Torricelli-Barrow determinare l'insieme di definizione di  $F(x)$ , stabilire se essa è di classe  $C^1$  in tale insieme, studiare quindi la monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo;
- determinare eventuali asintoti di  $F(x)$ .

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} y = \frac{e^{\sqrt{4-x^2}}}{\cos^2 x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

- 5) Enunciare e dimostrare il teorema che lega continuità e differenziabilità per funzioni di due variabili.

Spiegare qual è il corrispondente teorema nel caso di funzioni di una variabile.

Dare la definizione di funzione derivabile per funzioni di una variabile.

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO**  
**06/09/2019**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

**Testo B**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Calcolare al variare di  $b \in \mathbb{R}$  l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0$  della seguente funzione:

$$f(x) = \sin x^2 - x^2 - bx^6.$$

Studiare inoltre per  $b = 0$  il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\ln(1+x^2)}.$$

- 2) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{1}{3^n} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right)$$

studiarne il carattere e se possibile calcolarne la somma.

- 3) Data la funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{-t}}{1-e^{-t}} dt$$

- utilizzando il Teorema di Torricelli-Barrow determinare l'insieme di definizione di  $F(x)$ , stabilire se essa è di classe  $C^1$  in tale insieme, studiare quindi la monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo;
- determinare eventuali asintoti di  $F(x)$ .

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{2\sqrt{4-x}} = \frac{e^{\sqrt{4-x}}}{\sqrt{1-x^2}} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

- 5) Enunciare e dimostrare il teorema che lega continuità e derivabilità per funzioni di una variabile.

Spiegare come si generalizza il teorema nel caso di funzioni di due variabili.

Dare la definizione di funzione differenziabile per funzioni di due variabili.