

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO**

**03/07/2020**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Cognome e nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Si consideri la funzione

$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{e^{-\frac{1}{t}} - 1}{t^2} dt - \frac{1}{x}$$

Utilizzando il Teorema di Torricelli-Barrow determinare:

- il dominio, l'insieme di continuità e di derivabilità di  $F$ ;
- gli intervalli di monotonia di  $F$ .

Dal calcolo esplicito di  $F(x)$  determinare:

- eventuali asintoti orizzontali di  $F$ .

2) Sia  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ . Data la funzione

$$f(x, y) = (x - 1)^2 \frac{e^{(x-1)^2 + (y-1)^2} - 1}{[(x - 1)^2 + (y - 1)^2]^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione. Stabilire per quali valori di  $\alpha$  è prolungabile per continuità in  $(1, 1)$ . Detta  $\tilde{f}(x, y)$  la sua prolungata studiarne la derivabilità parziale in  $(1, 1)$ .

3) Determinare l'integrale generale  $y$  della seguente equazione differenziale:

$$y'' + \frac{1}{4}y - 1 = \frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}}.$$

Determinare per quali valori delle costanti arbitrarie risulta:

$$\int_0^{2\pi} y(x) dx = 3 + 8\pi + e^\pi.$$

4) Dare la definizione di serie convergente. Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie. Commentare con esempi e controesempi.