

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

05/06/2020

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Cognome e nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^5 \operatorname{sen}^2\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) + \frac{1}{n}}{\log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}.$$

2) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{x \ln(1 - x^2 - 4y^2)}{\arctan(x^3 + y^3)},$$

determinare l'insieme di definizione \mathcal{D} e stabilirne la natura topologica.

Detta

$$\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in \mathcal{D} \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- studiare la derivabilità direzionale di \tilde{f} nell'origine ;
- a partire dal punto precedente, senza ulteriori calcoli, dedurre informazioni sulla differenziabilità di f nell'origine.

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{2x^3+x-1}{x^2} y + \frac{1}{x^3 e^{x^2}} = 0 \\ y(1) = \frac{1}{e} \end{cases}$$

Indicata con y la soluzione, studiare la convergenza dell'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} y(x) dx.$$

4) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.