

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

04/09/2020

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Cognome e nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Determinare per quale valore del parametro $a \neq 0$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{x-1}{ax}} & x < 1, x \neq 0 \\ \frac{e \cos(x-1)}{e^x} & x \geq 1 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 1$. Per tale valore del parametro, determinare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali di f .

- 2) Data la funzione

$$f(t) = -\frac{a}{t^2} + \left[\log \left(1 + \frac{1}{t^6} \right) \right]^{\frac{1}{3}} + \operatorname{sen} \frac{1}{t^3}$$

studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ il suo ordine d'infinitesimo per $t \rightarrow +\infty$.

Posto $a = 0$ e $t(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$, scrivere la funzione $g(x, y) = f(t(x, y))$, determinare il suo insieme di definizione e calcolare, se possibile, $g_x(0, 1)$.

- 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{(1+x^2) \arctan x} \\ y(1) = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

- 4) Dare la definizione di funzione primitiva.

Enunciare e dimostrare il teorema di Torricelli-Barrow.