

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

04/05/2020

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Cognome e nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare per quali valori dei parametri $a, k \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+a}{x^2+x-2} & x < 0, x \neq -2 \\ 1 & x = 0 \\ e^{-kx^2-kx} & x > 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$. Per tali valori dei parametri determinare gli eventuali massimi e minimi relativi e assoluti di f .

- 2) Data la funzione

$$f(t) = -at^3 - 1 + \log(1 + t^5) + e^{t^3}$$

studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ il suo ordine d'infinitesimo per $t \rightarrow 0$.

Posto $a = 0$ e $t(x, y) = x^2 + y^2$, scrivere la funzione $g(x, y) = f(t(x, y))$, determinare il suo insieme di definizione e calcolare, se possibile, $g_x(0, 0)$.

- 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{ye^x}{e^x - 1} \\ y(1) = 1 - e \end{cases}$$

- 4) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.