

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

08/01/2021

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Cognome e nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^k \ln(x^2 + 1)}{(e^x + 2)^k}.$$

- Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie.
- Nei casi in cui la serie converge calcolarne la somma $S(x)$.

2) Si consideri la seguente funzione:

$$F(x) = \int_1^{2x} e^{-t^2} dt + \sqrt{x}.$$

- Determinare l'insieme di definizione E e l'insieme di derivabilità A .
- Studiare l'invertibilità di $F(x)$ in A . In caso affermativo, detta $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se questa è derivabile in $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Studiare la concavità di $F(x)$ in A .

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\cos^3 x \sqrt{y-1}}{\sin^2 x} \\ y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases}$$

Calcolare i limiti della soluzione $y(x)$ agli estremi del suo insieme di definizione.

4) Dare la definizione di funzione (di più variabili) differenziabile in un punto. Enunciare e dimostrare il teorema che lega differenziabilità e continuità. Commentare il teorema.