

ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale
11/01/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. S. Creo

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_1^x e^{-t^2} dt}{(x-1)^\alpha} - \frac{1}{2} & x > 1, \\ \beta & x = 1, \\ \frac{\ln x - x + 1}{(x-1)^2} & 0 < x < 1, \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 1$.

2) Dato il seguente numero complesso $z = \frac{5}{2-i} - e^{i\frac{\pi}{2}} + 2 \operatorname{Im}(3-5i)$,

- a) scrivere z in forma algebrica ed in forma esponenziale;
- b) calcolare le radici cubiche di z e rappresentarle graficamente.

3) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (e^x - 1) \left(\frac{2}{x^2 + 1} \right)^k.$$

- a) Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie.
- b) Nei casi in cui la serie converge, scriverne la somma $S(x)$.

4) Dato il seguente integrale improprio

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen}(2x)}{\sqrt[3]{\operatorname{sen}^4 x}} dx,$$

- a) studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- b) effettuare il calcolo dell'integrale.

5) Dare la definizione di successione e di limite di successione. Dimostrare che ogni successione convergente è limitata. È vero il viceversa? Esibire esempi e controesempi.

ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale
11/01/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. S. Creo

Testo B

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_2^x e^{-|t|} dt}{(x-2)^\alpha} - \frac{1}{3} & x > 2, \\ \beta & x = 2, \\ \frac{\arctg(x-2) - x + 2}{(x-2)^3} & x < 2, \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 2$.

2) Dato il seguente numero complesso $z = \frac{10}{3-i} - 9e^{i\frac{\pi}{2}} + \text{Im}(5-3i)$,

- a) scrivere z in forma algebrica ed in forma esponenziale;
- b) calcolare le radici cubiche di z e rappresentarle graficamente.

3) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \ln(x^2 + 1) \left(\frac{2}{4x^2 + 1} \right)^k.$$

- a) Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie.
- b) Nei casi in cui la serie converge, scriverne la somma $S(x)$.

4) Dato il seguente integrale improprio

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\text{sen}^2 x}{\text{sen}^2(2x) \sqrt[3]{\text{tg}^4 x}} dx,$$

- a) studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- b) effettuare il calcolo dell'integrale.

5) Polinomio di Taylor. Dimostrare la formula del resto di Peano.

ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale
11/01/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. S. Creo

Testo C

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_2^x e^{-t^2} dt}{(x-2)^\alpha} - \frac{1}{2} & x > 2, \\ \beta & x = 2, \\ \frac{\ln(x-1)-x+2}{(x-2)^2} & 1 < x < 2, \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 2$.

2) Dato il seguente numero complesso $z = \frac{5}{2+i} + e^{i\frac{\pi}{2}} + 2\text{Im}(3-5i)$,

- a) scrivere z in forma algebrica ed in forma esponenziale;
- b) calcolare le radici cubiche di z e rappresentarle graficamente.

3) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (1 - e^{x^2}) \left(\frac{3}{x^2 + 1} \right)^k.$$

- a) Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie.
- b) Nei casi in cui la serie converge, scriverne la somma $S(x)$.

4) Dato il seguente integrale improprio

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{sen}(2x)}{\text{sen } x \sqrt[3]{\text{sen}^4 x}} dx,$$

- a) studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- b) effettuare il calcolo dell'integrale.

5) Dare la definizione di funzione analitica o funzione sviluppabile in serie di Taylor. Enunciare e dimostrare il teorema che fornisce condizioni per la sviluppabilità in serie di Taylor.

ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale
11/01/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. S. Creo

Testo D

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_2^x e^{-|t^2-1|} dt}{(x-2)^\alpha} - \frac{1}{6} & x > 2, \\ \beta & x = 2, \\ \frac{\sin(x-2) - x+2}{(x-2)^3} & x < 2, \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 2$.

2) Dato il seguente numero complesso $z = \frac{10}{3+i} - 7e^{i\frac{\pi}{2}} + \text{Im}(5-3i)$,

- a) scrivere z in forma algebrica ed in forma esponenziale;
- b) calcolare le radici cubiche di z e rappresentarle graficamente.

3) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \ln(1+2x^2) \left(\frac{2}{9x^2+1} \right)^k.$$

- a) Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie.
- b) Nei casi in cui la serie converge, scriverne la somma $S(x)$.

4) Dato il seguente integrale improprio

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\text{sen}^2 x}{\text{sen}^2(2x) \sqrt[3]{\text{tg} x}} dx,$$

- a) studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- b) effettuare il calcolo dell'integrale.

5) Dare la definizione di serie e di serie resto. Enunciare e dimostrare il teorema che lega il comportamento della serie e della sua serie resto associata. Fornire un'applicazione.