ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

13/01/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

<u>Testo A</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Dato il numero complesso $z = e^{i\frac{\pi}{6}} + e^{i\frac{\pi}{2}}$:

a) esprimere z in forma trigonometrica;

b) esprimere z in forma algebrica;

c) calcolare le radici cubiche di z.

2) Studiare al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità nell'origine della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x e^{t^2+1}\,dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{1-\cos x - \frac{1}{2}ax^2}{x^4} + \frac{1}{24} & x < 0 \end{cases}$$

3) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}^2(2x)}{(1+x^4)^k}.$$

4) Studiare il seguente integrale improprio e, in caso di convergenza, calcolarne il valore:

$$\int_{e^{-2}}^{+\infty} \frac{e^{\operatorname{arctg}(e^2 x)}}{1+e^4x^2}\,dx\,.$$

5) Dare la definizione di serie. Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie. Dimostrare che le serie a termini di segno costante sono regolari.

ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

13/01/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

<u>Testo B</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Dato il numero complesso $z = e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{2}} - i$:

a) esprimere z in forma trigonometrica;

b) esprimere z in forma algebrica;

c) calcolare le radici cubiche di z.

2) Studiare al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità nell'origine della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x e^{-t^2-1}\,dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{e^x - 1 - ax}{x^2} - \frac{1}{2} & x < 0 \end{cases}$$

3) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\cos^2(2x)}{(1+x^6)^k}.$$

4) Studiare il seguente integrale improprio e, in caso di convergenza, calcolarne il valore:

$$\int_1^{+\infty} e^{\left(2x^2+1\right)^{-1}} \frac{x}{\left(2x^2+1\right)^2}\,dx\,.$$

5) Dare la definizione di funzione continua in un punto. Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.

ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

13/01/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

<u>Testo C</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Dato il numero complesso $z = e^{-i\frac{\pi}{6}} + e^{-i\frac{\pi}{2}}$:

a) esprimere z in forma trigonometrica;

b) esprimere z in forma algebrica;

c) calcolare le radici cubiche di z.

2) Studiare al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 1$ della funzione.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-1} e^{t^2+1}\, dt}{x^\alpha} & x > 1 \\ b & x = 1 \\ \frac{1-\cos(x-1)-\frac{1}{2}a(x-1)^2}{(x-1)^4} + \frac{1}{24} & x < 1 \end{cases}$$

3) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{e^{2x} - 1}{(1 + x^4)^k}.$$

4) Studiare il seguente integrale improprio e, in caso di convergenza, calcolarne il valore:

$$\int_{e^{-3}}^{+\infty} \frac{e^{\operatorname{arctg}(e^3 x)}}{1 + e^6 x^2}\, dx\,.$$

5) Polinomio di Taylor. Comportamento asintotico del resto. Enunciare e dimostrare il criterio per la sviluppabilità in serie di Taylor.

ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

13/01/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

<u>Testo D</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Dato il numero complesso $z = e^{-i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{3\pi}{2}} - i$:

a) esprimere z in forma trigonometrica;

b) esprimere z in forma algebrica;

c) calcolare le radici cubiche di z.

2) Studiare al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 2$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-2} e^{-t^2-1}\,dt}{(x-2)^\alpha} & x > 2 \\ b & x = 2 \\ \frac{e^{(x-2)}-1-a(x-2)}{x^2} - \frac{1}{2} & x < 2 \end{cases}$$

3) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}^+$ il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\ln^2(2x) - 1}{(1 + x^4)^k}.$$

4) Studiare il seguente integrale improprio e, in caso di convergenza, calcolarne il valore:

$$\int_1^{+\infty} e^{\left(x^2+1\right)^{-2}} \frac{x}{\left(x^2+1\right)^3}\,dx\,.$$

5) Dare la definizione di funzione iniettiva, suriettiva e biunivoca. Funzioni invertibili. Enunciare e dimostrare il criterio di invertibilità. Illustare il teorema sulla continuità della funzione inversa.