

**ANALISI MATEMATICA - ING. AEROSPAZIALE - II Canale**  
**03/04/2019**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. S. Creo

**Testo A**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{x^\alpha} + \beta x & x > 0, \\ \ln|1 - x| & x \leq 0, \end{cases}$$

studiare al variare di  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  la continuità e la derivabilità di  $f(x)$  in  $x = 0$ .

2) Data la seguente funzione

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen} \frac{1}{x^2} \left( e^{\frac{2}{x^3}} - 1 \right)}{\left( \sqrt{1 + \frac{3}{x}} - 1 \right) \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{x}}},$$

verificare che è infinitesima per  $x \rightarrow +\infty$  e determinare il suo ordine di infinitesimo.

3) Dato il seguente integrale improprio

$$\int_{e^{-1}}^{+\infty} \frac{e^{\operatorname{arctg}(ex)}}{1 + e^2 x^2} dx,$$

- a) studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- b) effettuare il calcolo dell'integrale.

4) Risolvere la seguente equazione in  $\mathbb{C}$  e disegnare le soluzioni ottenute nel piano complesso:

$$i^2 z^4 + z^3 + i^2 z^2 + z = 0.$$

5) Dare la definizione di funzione continua in un punto. Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale e fornire la sua interpretazione geometrica.