

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

10/04/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x \frac{t^2-1}{t+5} dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ e^{-\frac{1}{x^2}} & x < 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$.

- 2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln(2 - e^x) \operatorname{sen}^3(\sqrt[5]{x})}{x}$$

verificare che f è un infinitesimo per $x \rightarrow 0$ e determinare il suo ordine di infinitesimo.

- 3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = \frac{\operatorname{sen}(\ln x)}{x} \ln x$ relativamente all'intervallo $[1, e^{2\pi}]$.

- 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \ln(x^2 + y^2) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq |x|\}$.

- 5) Determinare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''' - \alpha y' = 0.$$

Per quali valori di α ci sono soluzioni limitate in \mathbb{R} ?

- 6) Dare la definizione di funzione derivabile direzionalmente in un punto. Enunciare il teorema sulla derivabilità direzionale.

Dimostrare che una forma esatta in un aperto connesso A è sempre chiusa in A .