

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE 12 CFU

10/07/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la forma differenziale

$$\omega = (2x \operatorname{sen} y + 1) dx + (x^2 \cos y + 1) dy$$

stabilire se è esatta nel suo insieme di definizione ed in caso affermativo determinare tra le sue primitive $F(x, y)$ quella per cui $F(0, 0) = 1$.

Calcolare poi $\int_{\gamma} \omega ds$, ove γ è l'arco di curva di equazione $y = x^3$, $x \in [0, 1]$.

2) Data la serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(2^k - 1)}{(2^{k^2} + 2^k + 1)^k}$$

studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il suo carattere e calcolarne la somma.

3) Data la funzione

$$f(x) = (x^2 - 3)\sqrt{9x - x^3}$$

verificare che il suo insieme di definizione è l'unione di un intervallo limitato L e di un intervallo illimitato I .

Calcolare l'area della regione di piano sottesa dal grafico di f su L .

Cosa si può dire dell'integrale di f su I ?

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y' + 3 \operatorname{sen} x \cos(2x) y = \frac{e^{4 \cos^3 x - 6 \cos x + x}}{y}$$

specificando l'insieme di definizione delle soluzioni al variare della costante arbitraria.

5) Dare la definizione di funzione differenziabile in un punto P per una funzione f di due variabili. Dimostrare che se f è differenziabile in P , allora è ivi continua e derivabile parzialmente. È vero il viceversa? Giustificare la risposta.